

## Oportunidades de aprendizaje y rendimiento en matemática de los estudiantes de tercero y cuarto grados de primaria en Lima y Ayacucho

Cueto, Santiago; Ramírez, Cecilia; León, Juan; Guerrero, Gabriela

Postprint / Postprint

Sammelwerksbeitrag / collection article

### Empfohlene Zitierung / Suggested Citation:

Cueto, S., Ramírez, C., León, J., & Guerrero, G. (2004). Oportunidades de aprendizaje y rendimiento en matemática de los estudiantes de tercero y cuarto grados de primaria en Lima y Ayacucho. In M. Benavides (Ed.), *Educación, procesos pedagógicos y equidad: Cuatro Mimos de investigación* (pp. 15-67). Lima: GRADE Group for the Analysis of Development. <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0168-ssoar-51490-6>

### Nutzungsbedingungen:

Dieser Text wird unter einer CC BY-NC Lizenz (Namensnennung-Nicht-kommerziell) zur Verfügung gestellt. Nähere Auskünfte zu den CC-Lizenzen finden Sie hier:  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.de>

### Terms of use:

This document is made available under a CC BY-NC Licence (Attribution-NonCommercial). For more Information see:  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0>

# Oportunidades de aprendizaje y rendimiento en matemática de los estudiantes de tercero y cuarto grados de primaria en Lima y Ayacucho<sup>1</sup>

*Santiago Cueto, Cecilia Ramírez,  
Juan León y Gabriela Guerrero<sup>2</sup>*

## 1. Introducción

Las últimas dos evaluaciones nacionales realizadas en el Perú (UMC y GRADE 2001a y 2001b) y las evaluaciones internacionales realizadas por la UNESCO (UMC y GRADE, 2001c) y la OCDE (PISA, 2003) han mostrado que, por lo general, el rendimiento de los estudiantes en matemática y lenguaje (o comunicación, como se denomina a esta área en el currículo de primaria) es pobre en comparación con lo que debería ser, dado el currículo vigente o el rendimiento estudiantil en otros países.

Hasta la fecha, la mayoría de los estudios realizados en el Perú y la región ha usado como variables explicativas de este bajo rendimiento los insumos educativos (por ejemplo, si el estudiante tiene materiales educativos) o datos de auto reporte de los docentes o los estudiantes (por ejemplo, el clima en el aula). Pocos estudios han intentado una mirada directa a los procesos educativos en los salones de clase. Sin embargo, en la literatura internacional existe un creciente interés por las oportunidades educativas (que es el término más general, e integra diversos factores del sistema educativo) y por las oportunidades de aprendizaje (que es el término más específico, vinculado

---

<sup>1</sup> El presente estudio se pudo realizar gracias al apoyo de la Fundación Ford. Los datos de rendimiento se recolectaron gracias al apoyo del Convenio Andrés Bello y el CIDE.

<sup>2</sup> Los autores reconocen la valiosa colaboración de Micaela Wetzell en el análisis de los cuadernos y cuadernos de trabajo, y de Claudia Sánchez en el análisis estadístico.

principalmente al currículo) de los estudiantes en diversos contextos. En el presente estudio se describirán las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes de tercero y cuarto grados de primaria en 20 escuelas de Lima y Ayacucho para, a partir de ellas, explicar el aprendizaje de los estudiantes durante el año. Las oportunidades de aprendizaje (ODA) han sido medidas analizando los cuadernos y cuadernos de trabajo de una muestra de estudiantes. El presente informe se limita al análisis de oportunidades de aprendizaje y rendimiento en matemática. Esperamos elaborar un informe similar acerca del área de comunicación.

La relevancia del estudio está dada, principalmente, por la posibilidad de entender si el sistema público es inequitativo no solo en los resultados de aprendizaje (existe abundante evidencia que muestra que los estudiantes de contextos más pobres tienen peores rendimientos), sino también en las oportunidades de los estudiantes para aprender en la escuela. De manera más específica, el objetivo es describir qué ocurre con los insumos educativos provistos por el sistema una vez que estos son adoptados en los diferentes ambientes escolares. Por ejemplo, los cuadernos de trabajo tienen una gran importancia en el presupuesto educativo: en el año 2002 se repartieron gratuitamente a todos los estudiantes del sistema público; en 2003 se repartieron nuevamente textos y cuadernos de trabajo a un costo de poco más de S/. 46 millones; y en 2004 se han repartido gratuitamente textos escolares, aunque no cuadernos de trabajo. Un análisis de los cuadernos de trabajo de matemática de los estudiantes del sistema público realizado en el 2001 mostró que solo el 44% de los ejercicios fue resuelto (Cueto, Ramírez, León y Pain, 2003). Otros análisis de este mismo estudio mostraron un énfasis excesivo de los docentes en algunos aspectos del currículo (principalmente, en las capacidades de números y numeración), a costa de otros temas. Además, los análisis evidenciaron una asociación entre las oportunidades de aprendizaje y el tipo de escuela (los estudiantes de escuelas multigrado tenían menos oportunidades de aprendizaje que los de escuelas polidocentes completas) y una asociación positiva entre las oportunidades de aprendizaje y el rendimiento en matemática. Sin embargo, el estudio mencionado se limitó al sexto grado y a escuelas de Lima. El presente estudio ampliará esta investigación, tanto en términos de grados (tercero y cuarto) como de departamentos (Lima y Ayacucho).

## 2. Breve revisión de la literatura sobre las oportunidades de aprendizaje y el rendimiento

Como se mencionó anteriormente, el enfoque tradicional para explicar el rendimiento escolar en pruebas estandarizadas en América Latina se ha basado en modelos econométricos que han incluido como variables explicativas principalmente los insumos educativos. Los estudios de oportunidades de aprendizaje, relacionados principalmente a cobertura del currículo, han introducido variables ligadas a procesos educativos. Sin embargo, las mediciones de oportunidades de aprendizaje han sido principalmente indirectas, sobre la base de auto reportes de los docentes de matemática (Cervini, 2001; Galindo, 2002; Zambrano, 2002). Las variables que resultan de este método pueden esconder sesgos de parte de los profesores, ya sea porque el docente desee quedar bien (deseabilidad social) o porque no recuerde con precisión lo ejecutado en clase. En cualquier caso, los estudios citados han reportado una asociación positiva entre las oportunidades y el rendimiento. Esto es importante pues el estudio de Cervini fue realizado en Argentina, el de Galindo en Perú (Evaluación Nacional 1998) y el de Zambrano también en Perú (Evaluación Nacional 2001). En otras palabras, las oportunidades de aprendizaje parecen ser relevantes en diferentes contextos y momentos.

Los estudios internacionales de ODA se han basado a menudo también en encuestas, pero, además de incluir reportes de docentes acerca de la cobertura, incluyen datos sobre la demanda cognoscitiva de las situaciones planteadas en clase a los estudiantes. Estos cuestionarios son de gran complejidad y extensión. Otro método para medir las ODA es pedir a los docentes que escriban durante el año registros periódicos de sus avances en el aula. Este método tiene dificultades debido a que, en ocasiones, los docentes se olvidan de completar los registros<sup>3</sup>. Un método novedoso es el implementado por Newman, Bryk y Nagaoka (2001), quienes analizaron y codificaron muestras de las tareas planteadas a los estudiantes según su complejidad cognoscitiva, y encontraron una asociación positiva entre esta y el rendimiento (esto es, a

---

<sup>3</sup> Para una discusión más completa de la literatura sobre métodos para medir ODA, véase Porter y Smithson, 2001.

mayor complejidad de las tareas mayor rendimiento). Este método es sin duda una medición directa de las ODA de los estudiantes, pero al tratarse de un análisis de muestras no permite medir la cobertura del currículo. Una alternativa para medir las oportunidades de aprendizaje es la observación directa de las clases, pero es muy costosa si se quiere hacer a lo largo del año escolar.

En estudios recientes sobre Puno y Lima<sup>4</sup>, un grupo de investigadores de GRADE desarrolló un método alternativo a los descritos para medir las oportunidades de aprendizaje de matemática de los estudiantes. Este método consiste en recoger muestras de los cuadernos y cuadernos de trabajo de los estudiantes a fines del año escolar para describir la cobertura del currículo, la demanda cognoscitiva de los ejercicios desarrollados por los estudiantes, el porcentaje de respuestas correctas de los estudiantes a estos ejercicios, y la calidad de la retroalimentación (las dos últimas variables no han sido recogidas en ninguno de los métodos descritos anteriormente). Los estudios han sugerido que este nuevo método es aceptablemente confiable y válido para explicar las ODA de los estudiantes y, en el caso del estudio en Lima, se encontró una asociación positiva con el rendimiento en pruebas estandarizadas.

### 3. Diseño de investigación y objetivos del estudio

El presente estudio es parte de un estudio de eficacia escolar que se está realizando en nueve países de América Latina y España<sup>5</sup>. En el caso del Perú, el diseño incluye a estudiantes de tercero y cuarto grados de 20 escuelas primarias polidocentes completas de Lima y Ayacucho, a los que se les tomaron pruebas de rendimiento a inicios y fines del año escolar 2002. Durante el año, se recogieron datos acerca de los procesos educativos mediante observaciones en el aula y se entrevistó a los estudiantes, padres de familia, docentes y directores. Para efectos de este estudio, solo se considerarán los datos de los estudiantes peruanos sobre la base de un análisis de los ejercicios contenidos

---

<sup>4</sup> Sobre Puno, véase Cueto y Secada, 2001, y Secada, Cueto y Andrade, 2003; y sobre Lima, Cueto, Ramírez, León y Pain, 2003.

<sup>5</sup> Financiado por el Convenio Andrés Bello y con la dirección técnica del CIDE de España.

en los cuadernos y cuadernos de trabajo de matemática de los dos mejores y los dos peores estudiantes del aula (identificados por el docente), que fueron recogidos al finalizar el año escolar.

De todos los aspectos que es posible analizar dentro del marco descrito, el presente estudio se va a concentrar en la descripción de las oportunidades de aprendizaje del currículo en el área lógico matemática. Esto se va a analizar para la muestra total, para cada aula y al interior de las aulas. Seguidamente, se buscará determinar si los indicadores de oportunidades de aprendizaje recién mencionados están asociados con el nivel socioeconómico (NSE) de los estudiantes. La hipótesis es que los estudiantes de los menores NSE tendrán menores oportunidades de aprendizaje. Por último, se buscará determinar si las oportunidades de aprendizaje son explicativas del incremento en el puntaje en las pruebas de matemática respondidas por los estudiantes (incremento entre el inicio y fin del año escolar). La hipótesis es que, a mayores oportunidades de aprendizaje, mayor es el incremento en el rendimiento.

Finalmente, se analizará si las oportunidades de aprendizaje interactúan con el nivel socioeconómico de los estudiantes (promedio del aula) para explicar el rendimiento. Es posible que las ODA solo tengan relevancia (o tengan mayor relevancia) en niveles socioeconómicos relativamente altos o relativamente bajos. Es imposible aventurar una hipótesis pues no conocemos estudios previos sobre este tema y habría argumentos lógicos para cualquiera de estas dos posibilidades.

## 4. Métodos

### 4.1. Sujetos y localidades

Se cuenta, en total, con datos acerca de 20 escuelas públicas polidocentes completas de Lima (solo del ámbito urbano) y Ayacucho (urbano y rural). El muestreo fue intencional, a fin de reflejar variabilidad geográfica, socioeconómica (se tomó escuelas en distritos con variados índices de pobreza) y eficacia escolar (se eligió escuelas que, según pruebas previas, datos de repetición y deserción, y reportes de supervisores, parecerían ser de alta, mediana o baja

eficacia en relación con su contexto). Se incluyó a todos los estudiantes de cada salón en cada grado, salvo cuando la escuela contaba con varios salones, en cuyo caso se tomó hasta cinco salones (en tercer grado) y tres salones (en cuarto grado), elegidos aleatoriamente. En total, se obtuvo información acerca de 88 salones de clase. Sin embargo, para el estudio se consideró solo aquellas aulas en las que se obtuvo información del cuaderno y de los cuadernos de trabajo de por lo menos dos estudiantes (uno de alto rendimiento y uno de bajo rendimiento). Con este criterio la muestra se redujo a 83 aulas. La muestra finalmente analizada se compone de 83 docentes, 1 581 estudiantes en tercer grado, 1 238 en cuarto grado y 2 819 padres de familia.

Como uno de los intereses del presente estudio es la asociación entre ODA y NSE, se clasificó a los estudiantes en tres grupos. Para ello se utilizaron las variables *educación de los padres*, *acceso a servicios en casa*, *número de hermanos*, *activos disponibles en casa*, *material de la vivienda*, y *si ambos padres viven con el estudiante*, combinadas en un análisis de conglomerados (o *cluster*; análisis que permite identificar a los alumnos más similares en cuanto a las características mencionadas). El análisis de conglomerados se hizo al nivel de aula, debido a que el análisis de oportunidades de aprendizaje se hizo también a ese nivel. El Cuadro 1 muestra el número de aulas en cada NSE definido por el análisis mencionado:

**Cuadro 1. Distribución de las aulas por departamento, NSE y grado**

	<i>Tercer grado</i>	<i>Cuarto grado</i>	<i>Total</i>
<i>Ayacucho</i>			
Nivel 1 (bajo)	7	10	17
Nivel 2 (medio)	8	2	10
Nivel 3 (alto)	3	3	6
Total	18	15	33
<i>Lima</i>			
Nivel 1 (bajo)	0	0	0
Nivel 2 (medio)	18	15	33
Nivel 3 (alto)	10	7	17
Total	28	22	50

Como se puede observar, la mayor parte de las aulas en Ayacucho se encuentra en el grupo socioeconómico bajo, a diferencia de Lima que no tiene ninguna en ese grupo. Las aulas rurales de Ayacucho se encuentran todas en el grupo de NSE bajo (12 aulas). Este resultado no es de extrañar, pues diversos datos muestran que en las zonas rurales del Perú la pobreza es mucho mayor.

El Cuadro 2 presenta las características de los sujetos de la muestra total y de cada uno de los grupos socioeconómicos definidos.

**Cuadro 2. Características de la muestra por NSE**

	<i>Bajo</i>	<i>Mediano</i>	<i>Alto</i>	<i>Total</i>
Cuenta con ambos padres	82	77	80	79
Índice de hacinamiento <sup>a</sup>	3,8	3,3	2,8	3,2
Cuenta con luz eléctrica	42	92	97	86
Cuenta con servicio de agua	69	75	87	78
Cuenta con baño la vivienda	56	76	88	76
Nivel educativo de la madre <sup>b</sup>	2	3	5	3
Nivel educativo del padre <sup>b</sup>	3	4	5	4
Los padres hablan lengua indígena	92	40	29	45
Cuentan con televisor	44	95	98	88
Cuentan con equipo de música	47	65	74	65
Cuentan con refrigeradora	5	45	62	44
Cuentan con cocina a gas	9	69	82	63
Cuenta con automóvil	1	8	14	8
Número de estudiantes	448	1 506	865	2 819
Número de aulas / docentes	17	43	23	83

a. Hacinamiento se refiere a número de personas que viven en el hogar por habitación, sin contar cocina, garaje, ni baños.

b. Nivel educativo de los padres toma los valores de 1: Ninguno, 2: Primaria incompleta, 3: Primaria completa, 4: Secundaria incompleta, 5: Secundaria completa, 6: Estudios técnicos, 7: Estudios universitarios.

## 4.2. Variables, instrumentos y definiciones

Las variables de ODA se estimaron a partir de los cuadernos y de los cuadernos de trabajo de los dos estudiantes con más alto rendimiento y los dos con



más bajo rendimiento en matemática de cada salón (los estudiantes fueron identificados por el docente). Se recogieron los cuadernos y cuadernos de trabajo repartidos por el Ministerio de Educación (MED) y cualquier otro cuaderno de trabajo utilizado por los estudiantes en la escuela.

La unidad de análisis es un ejercicio, es decir, cualquier formulación que requiera de una respuesta del estudiante. En algunos casos se distingue entre ejercicios puramente numéricos y problemas (los que se definen como ejercicios en los que se pide a los estudiantes que lean un planteamiento antes de formular una respuesta). De acuerdo con ello, en el presente estudio no se codificaron las definiciones ni ejemplos dados por el profesor. Tampoco se codificaron los exámenes de los estudiantes ni las actividades que no fueron registradas en los cuadernos o cuadernos de trabajo. Esta es sin duda una limitación importante del método. Sin embargo, según nuestras observaciones, gran parte de lo que se enseña y aprende en los salones de clase es escrito en los documentos analizados.

A continuación se describen brevemente las variables de oportunidades de aprendizaje que fueron utilizadas en el presente estudio:

### *Cobertura del currículo*

Se codificó cada ejercicio de los cuadernos y cuadernos de trabajo de los estudiantes por la capacidad y competencia del currículo que subyacía (o se anotó, cuando no correspondía con el currículo vigente). El currículo vigente en el área lógico matemática en el segundo ciclo de educación primaria considera competencias relativas a los siguientes aspectos: geometría (organización del espacio. Iniciación a la geometría), numeración (conocimiento de los números y la numeración, y conocimiento de las operaciones con números naturales), medición y estadística (organización de los datos. Iniciación a la estadística). Cada una de estas competencias a su vez, supone un conjunto de capacidades. El análisis se hizo en varias etapas: a) Se juntó todos los cuadernos y cuadernos de trabajo de cada salón de clase; b) Se identificó los ejercicios o bloques de ejercicios que se repetían entre estudiantes del mismo salón. Cada ejercicio resuelto por al menos un estudiante fue considerado parte de las oportunidades de aprendizaje del salón en la competencia a la que correspondía; c) Se definió la cobertura del currículo

sobre la base de la cantidad de ejercicios del currículo resueltos en cada aspecto. En algunos casos se cambió ligeramente la descripción de la competencia o capacidad curricular para que pudiera contener el ejercicio analizado. Cuando esto no fue posible, se marcó el ejercicio como “fuera de la estructura curricular básica”, ya sea que perteneciera a una estructura curricular de ciclos superiores o inferiores, o a una estructura curricular no vigente; y d) Se calculó la variabilidad al interior del salón de clases dividiendo el promedio de ejercicios resueltos por competencia en promedio por los dos estudiantes de más bajo rendimiento de cada salón sobre el promedio de los dos mejores.

### *Demanda cognoscitiva*

Se codificó cada ejercicio de matemática por el nivel de profundidad o de demanda cognoscitiva, según la taxonomía utilizada en el estudio TIMSS-R (IEA, 2003). De acuerdo con esta taxonomía, los ejercicios de los estudiantes pueden clasificarse en cuatro dominios cognoscitivos: a) Conocer los conceptos y los procedimientos; b) Usar los conceptos; c) Solucionar ejercicios o problemas rutinarios<sup>6</sup>; y d) Razonar.

La idea general es que la complejidad cognoscitiva de las tareas aumenta de un dominio cognoscitivo al siguiente, por lo que el dominio “razonar” es el de mayor demanda cognoscitiva. Sin embargo, es importante no confundir complejidad con dificultad de los ejercicios. En cada uno de estos dominios cognoscitivos pueden existir tanto ejercicios fáciles como difíciles. En el Anexo 1 se muestran algunos ejemplos de ejercicios correspondientes a los diferentes niveles de demanda cognoscitiva encontrados en los cuadernos de trabajo y en los cuadernos de los estudiantes<sup>7</sup>. La variabilidad de demanda cognoscitiva al interior de cada salón de clase se calculó dividiendo el promedio de demanda cognoscitiva de los ejercicios resueltos por los estudiantes de más

---

<sup>6</sup> Si bien la taxonomía original solo menciona “problemas”, el sentido abarca también lo que aquí denominamos “ejercicios”, de ahí que se haya añadido este término.

<sup>7</sup> Podrá encontrarse una recopilación más amplia de ejemplos encontrados en los materiales revisados, para cada nivel de demanda cognitiva, y la taxonomía empleada de forma detallada, en <http://www.grade.org.pe/ime/investprincipales.htm>

bajo rendimiento sobre la demanda cognoscitiva de los ejercicios resueltos por los estudiantes de rendimiento más alto.

### *Ejercicios correctos*

Se codificó si la respuesta dada por el estudiante a cada ejercicio era correcta o incorrecta. En este caso se contó la respuesta original del estudiante, sin considerar las correcciones que pudiera haber hecho el profesor de aula (aunque sí las correcciones hechas por el mismo estudiante). El índice de variabilidad al interior de cada salón se calculó dividiendo el porcentaje de ejercicios resueltos correctamente por los dos estudiantes de menor rendimiento sobre los dos de mayor rendimiento.

### *Calidad de la retroalimentación*

Para cada ejercicio o pregunta, contestada o no, se marcó si el docente dio alguna retroalimentación y si esta coincidía con la respuesta (por ejemplo, si decía “bien” cuando la respuesta era correcta o “mal” si era errada). Además, se codificó si la retroalimentación era genérica (es decir, si se refería a un bloque de ejercicios) o específica (para un ejercicio en particular). También se codificaron las observaciones de los docentes (es decir, las marcas que indicaban que un ejercicio estaba incompleto, no había sido resuelto, etcétera). El índice de variabilidad al interior del salón de clases se calculó dividiendo el porcentaje de ejercicios de los estudiantes de bajo rendimiento que tenían correcta retroalimentación sobre el porcentaje de los estudiantes de alto rendimiento con retroalimentación.

El rendimiento fue evaluado a inicios y fines del año escolar 2002 con formas semejantes a las pruebas de la UNESCO<sup>8</sup>. Dado que el currículo peruano ha sufrido importantes modificaciones recientemente, se analizaron las pruebas para determinar la correspondencia entre los ítemes y el currículo vigente al momento de la administración de instrumentos. Se encontró que de los 32 ítemes que contiene la prueba, 30 corresponden a la estructura curricular básica del segundo ciclo (ECB) vigente el 2002, y 2 se encuentran fuera de

---

<sup>8</sup> Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad Educativa, administrada originalmente en 1997 en doce países de la región. Véase <http://llece.unesco.cl/>

ella. De los ítemes que pertenecen a la ECB, el 80% mide numeración, 10% geometría, 7% medición, y el 3% restante estadística. La prueba fue la misma para los estudiantes de tercero y cuarto grados (se tomó la versión A a inicios de año y la B a fines del año escolar).

También se evaluó el auto concepto de los estudiantes y se registraron las tasas de repetición y deserción escolar en estas escuelas en el año 2002. Finalmente se entrevistó a docentes, directores y estudiantes, y se hizo observaciones de aula para definir tiempo de aprendizaje activo. La mayor parte de estas variables se analizarán en estudios complementarios al presente, en el marco del estudio sobre eficacia mencionado anteriormente.

### **4.3. Procedimientos y análisis**

Todos los datos de campo fueron tomados el año 2002 por personal estandarizado en los procedimientos. La calificación de las ODA en los cuadernos y cuadernos de trabajo fue hecha en GRADE por codificadores que fueron entrenados en los procedimientos. Antes de empezar a codificar fueron capacitados y evaluados hasta lograr un mínimo de 80% de acierto según la codificadora principal. Los cuadernos y cuadernos de trabajo de los estudiantes fueron devueltos a los centros educativos luego de ser codificados, junto con un breve informe de los principales resultados obtenidos por el centro educativo.

En la sección de resultados se presentan detalles de los procedimientos estadísticos seguidos.

## **5. Resultados**

En primer lugar se presentan los resultados descriptivos de oportunidades de aprendizaje. Estos incluyen la cobertura del currículo, la demanda cognoscitiva de los ejercicios, el porcentaje de ejercicios correctos, y la cantidad y calidad de la retroalimentación. Para cada indicador se presenta la variabilidad al interior de los salones de clase según lo definido anteriormente. En la segunda parte se presentan los resultados de un análisis estadístico que controla

por la prueba de inicio de año en matemática para verificar la hipótesis de que las ODA tienen una influencia positiva en el rendimiento de los estudiantes al final del año.

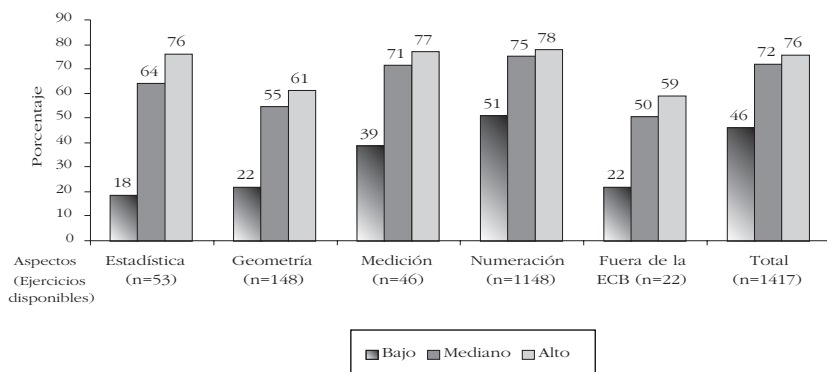
## 5.1. Oportunidades de aprendizaje

### Cobertura del currículo

Los gráficos 1 y 2 presentan el porcentaje de ejercicios resueltos en los cuadernos de trabajo de tercero y cuarto grados repartidos por el MED por aspecto y NSE del aula. Los resultados se presentan en total y para cada aspecto del currículo. La indicación “fuera de la ECB” significa que el ejercicio correspondía a una competencia de un ciclo (o grado) superior o inferior, o a una estructura curricular no vigente.

En el Gráfico 1 se puede apreciar que los estudiantes de menor NSE resuelven en promedio menos ejercicios en los cuadernos de trabajo que sus pares de nivel medio o alto. Entre el nivel medio y el alto también se presentan diferencias, pero estas no son tan grandes como las observadas en las

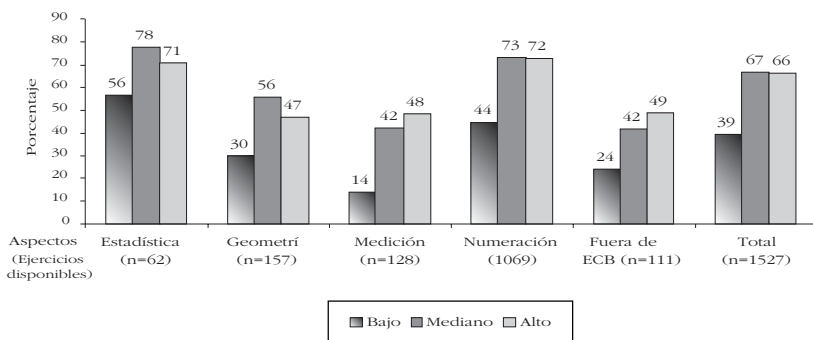
**Gráfico 1. Porcentaje de ejercicios disponibles en los cuadernos de trabajo del MED resueltos por los estudiantes de tercer grado por NSE del aula**



aulas de NSE más bajo. Esta diferencia se observa en todos los aspectos considerados en el currículo vigente.

Así como en el Gráfico 1, en el Gráfico 2 se muestra que las aulas de bajo NSE resuelven un menor porcentaje de los ejercicios disponibles en los cuadernos de trabajo. Las aulas de mediano y alto NSE prácticamente no difieren en cuanto al número de ejercicios resueltos.

**Gráfico 2. Porcentaje de ejercicios disponibles en los cuadernos de trabajo del MED resueltos por los estudiantes de cuarto grado por NSE del aula**



En promedio, se encontró que, en ambos grados, se resuelve el 64% de los ejercicios disponibles. Estos resultados, son superiores a los encontrados en un estudio anterior realizado solamente en escuelas de Lima, donde los estudiantes de sexto grado de primaria resolvían en promedio el 44% de los ejercicios disponibles en los cuadernos de trabajo (Cueto *et al.*, 2003). Sin embargo, el estudio en Lima incluía escuelas polidocentes completas y multi-grado (que resolvían menos ejercicios que las completas), mientras que el presente estudio incluye solamente escuelas polidocentes completas.

Uno de los descubrimientos interesantes de este estudio es que en las escuelas o aulas de mayor NSE, los docentes piden a sus estudiantes otros materiales, distintos de los entregados gratuitamente por el MED. El Cuadro 3 muestra el porcentaje de aulas en las que encontramos solamente el cuaderno de trabajo de matemática provisto gratuitamente por el MED; el cuaderno de

trabajo del MED y otro cuaderno de trabajo; otro cuaderno de trabajo solamente; y ningún cuaderno de trabajo, por NSE del aula. Los cuadernos de trabajo del MED fueron repartidos hacia el inicio del año escolar. Los cuadernos de trabajo adicionales solicitados por los docentes de las aulas evaluadas fueron: libro *Elementos* en tercero y cuarto grados, *Master libro* para tercero y cuarto grados, *Multilibro* (este libro no solo incluía el área lógico matemática sino también otras áreas de desarrollo del currículo) y *Juegos de lógico matemática* para cuarto grado. Estos fueron comprados por las familias de los estudiantes.

**Cuadro 3. Cuadernos de trabajo disponibles en aulas por NSE del aula**

	<i>Bajo</i>		<i>Medio</i>		<i>Alto</i>	
	<i>Aulas</i>	<i>%</i>	<i>Aulas</i>	<i>%</i>	<i>Aulas</i>	<i>%</i>
Solo cuaderno de trabajo del MED	15	88	36	84	17	74
Cuaderno de trabajo del MED y otros	0	0	7	16	6	26
Solo otros cuadernos de trabajo	0	0	0	0	0	0
No usaron	2	12	0	0	0	0
Total	17	100	43	100	23	100

Como se observa en el cuadro, es mayor el porcentaje de aulas de NSE alto que usa cuadernos de trabajo adicionales al entregado por el MED, mientras que en las aulas de NSE bajo se usan los del MED o no se usan. El no empleo de los cuadernos del MED se debió, en uno de los casos, a que los docentes consideraron que los estudiantes estaban en un nivel muy bajo como para poder usarlos, y en el otro caso a que estos no llegaron al centro educativo.

El Cuadro 4 presenta el promedio de ejercicios resueltos por aspecto en tercero y cuarto grados de primaria en los cuadernos de trabajo (del MED u otros) para las aulas de los tres NSE definidos.

El Cuadro 5 presenta el número promedio de ejercicios y problemas resueltos por aspecto del currículo en tercero y cuarto grados de primaria en

**Cuadro 4. Promedio de ejercicios resueltos (desviación estándar) en cuaderno(s) de trabajo por aspecto curricular en tercero y cuarto grados**

	<i>Tercer grado</i>			<i>Cuarto grado</i>		
	<i>Bajo</i>	<i>Medio</i>	<i>Alto</i>	<i>Bajo</i>	<i>Medio</i>	<i>Alto</i>
Estadística	10 (12)	45 (34)	52 (32)	35 (14)	46 (18)	46 (18)
Geometría	32 (36)	94 (70)	110 (69)	47 (44)	87 (62)	110 (104)
Medición	18 (12)	49 (46)	57 (45)	18 (16)	60 (53)	93 (93)
Numeración	586 (232)	1 008 (430)	1 114 (578)	474 (474)	791 (791)	1 116 (593)
Fuera de la ECB	5 (4)	35 (60)	47 (67)	27 (25)	72 (104)	134 (134)
Total	650 (267)	1231 (603)	1 381 (777)	601 (372)	1 055 (325)	1 498 (866)

**Cuadro 5. Promedio de ejercicios y problemas (desviación estándar) resueltos en el cuaderno del estudiante por aspecto curricular en tercero y cuarto grados**

	<i>Tercer grado</i>			<i>Cuarto grado</i>		
	<i>Bajo</i>	<i>Medio</i>	<i>Alto</i>	<i>Bajo</i>	<i>Medio</i>	<i>Alto</i>
Estadística	0 (0)	1 (2)	9 (18)	0 (0)	8 (12)	13 (16)
Geometría	23 (36)	40 (33)	59 (45)	49 (64)	54 (40)	55 (62)
Medición	4 (11)	19 (20)	50 (41)	4 (9)	51 (55)	37 (33)
Numeración	793 (290)	1 231 (496)	1 144 (487)	741 (252)	832 (399)	1 041 (355)
Fuera de la ECB	48 (24)	148 (82)	157 (89)	142 (123)	212 (151)	284 (150)
Total	868 (282)	1 438 (538)	1 419 (505)	935 (349)	1 157 (550)	1 430 (481)



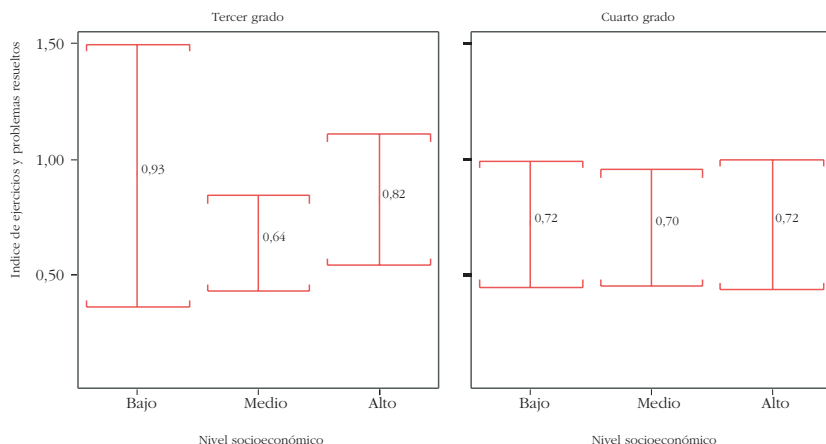
los cuadernos de los estudiantes para las aulas de los tres NSE definidos. Como se puede observar, los estudiantes de aulas de menor NSE resuelven menos ejercicios en promedio que sus pares en los otros dos niveles. En estos resultados sí se nota una diferencia entre los estratos medio y alto a favor de este último.

Así como en los cuadernos de trabajo, en los cuadernos de los estudiantes se puede apreciar que en las aulas de menor NSE se resuelven menos ejercicios que en los otros dos niveles. El número de ejercicios resueltos en “numeración” es bastante mayor que el de los otros aspectos. El currículo induce a ello, al tener más capacidades vinculadas con la medición; el cuaderno de trabajo también tiene más ejercicios vinculados con este tema. Así, los docentes y sus estudiantes pasan gran parte del año solucionando ejercicios vinculados con operaciones básicas de aritmética y muy poco con temas novedosos como estadística y medición. En tercer grado hay una ligera diferencia en número de ejercicios entre los estratos medio y alto a favor del primero; en cambio en cuarto grado la diferencia es mayor y a favor del estrato alto.

En resumen, si se suman los ejercicios resueltos por los estudiantes en cuadernos, cuadernos de trabajo del MED y cuadernos de trabajo de otras fuentes, se tiene que los estudiantes de NSE alto resuelven 2 850 ejercicios al año; los de NSE medio 2 463 ejercicios; y los NSE bajo 1 458 ejercicios. El salto mayor se da sin duda del estrato medio al bajo (se debe recordar que todas las aulas del estrato bajo estaban en Ayacucho, por lo que podría haber aquí una variación regional además de socioeconómica).

El Gráfico 3 presenta la variabilidad en las oportunidades de aprendizaje al interior de los salones de clase. En este caso se dividió el promedio del total de ejercicios resueltos por los estudiantes de rendimiento más alto en cada salón sobre el promedio de ejercicios resueltos por los estudiantes de rendimiento más bajo, promediando luego los resultados. Así, un índice de 1 indicaría que no hay variabilidad en el número de ejercicios resueltos al interior de las aulas; un índice mayor que 1, que los estudiantes de más bajo rendimiento tienen más ejercicios resueltos en sus cuadernos; y un índice menor que 1 que los estudiantes de más bajo rendimiento resuelven menos ejercicios que los estudiantes con mayor rendimiento. Al lado de cada promedio se incluye la desviación estándar de los resultados.

**Gráfico 3. Variabilidad al interior de los salones de clase en cuanto al número de ejercicios resueltos por grado y NSE del aula (+/- 1 desviación estándar)**



El gráfico anterior muestra que en el caso de cuarto grado es parecido el índice de variabilidad en los tres NSE. Sin embargo, cabe resaltar que el índice para estos tres niveles es menor que 1, lo cual indica que los estudiantes de menor rendimiento resuelven menos ejercicios que sus pares de mayor rendimiento.

En el caso de tercer grado se puede apreciar que, en promedio, en el NSE bajo casi no existen diferencias entre los estudiantes de alto y bajo rendimiento respecto del número de ejercicios que resuelven (aunque la alta desviación estándar indica que entre aulas varía mucho). En los otros dos niveles se dan resultados similares a los observados en cuarto grado: los estudiantes de menor rendimiento resuelven menos ejercicios que sus pares con mayor rendimiento.

## **Demanda cognoscitiva**

El currículo vigente del MED remarca la importancia de la resolución de problemas matemáticos. De hecho, esta es una de las competencias que debe ser

desarrollada por los estudiantes. Esto sugiere la importancia de que los estudiantes resuelvan ejercicios con niveles relativamente altos de demanda cognoscitiva, es decir, ejercicios que requieran que los estudiantes razonen y no solamente apliquen procedimientos memorizados.

El Cuadro 6 presenta el número y porcentaje de ejercicios en los cuadernos de trabajo del MED que fueron clasificados por los autores del presente trabajo en cada categoría, y por grado.

**Cuadro 6. Porcentaje de ejercicios en los cuadernos de trabajo del MED clasificados en cada nivel cognoscitivo**

	<i>Tercer grado</i>		<i>Cuarto grado</i>	
	<i>N</i>	<i>%</i>	<i>N</i>	<i>%</i>
Conocer los conceptos básicos y los procedimientos	911	62,2	1 140	72,9
Usar los conceptos	309	21,2	326	20,8
Ejercicios y problemas rutinarios	232	15,8	86	5,5
Razonar	13	0,9	12	0,8

En lo que respecta a tercer grado, se puede apreciar que el 62% de los ejercicios ofrecidos por el cuaderno de trabajo del MED llegan al nivel de “conocer los conceptos básicos y los procedimientos” de acuerdo con la taxonomía utilizada para este estudio, mientras que en cuarto grado el 73% de los ejercicios se encuentra en este mismo nivel de demanda cognoscitiva. Estos resultados son similares a los reportados en un estudio previo (Cueto *et al.*, 2003), lo que sugiere que los ejercicios de los cuadernos de trabajo del MED de diferentes grados están orientados principalmente a niveles más bien bajos de demanda cognoscitiva; en el presente caso son muy pocos los ejercicios que fueron clasificados en el nivel “razonar”.

Como se vio en el Cuadro 3, algunos de los docentes emplean otros cuadernos de trabajo como complemento a los cuadernos de trabajo entregados por el MED. Los cuadros 7 y 8 muestran la distribución de los ejercicios disponibles en estos cuadernos por demanda cognoscitiva para tercero y cuarto grados, respectivamente.

**Cuadro 7. Número y porcentaje de ejercicios en otros cuadernos de trabajo de tercer grado clasificados por nivel cognoscitivo**

	<i>OTL3R1</i>		<i>OTL3R2</i>		<i>OTL3R3</i>	
	<i>N</i>	<i>%</i>	<i>N</i>	<i>%</i>	<i>N</i>	<i>%</i>
Conocer los conceptos básicos y los procedimientos	1 228	64,4	889	66,9	1 198	68,9
Usar los conceptos	491	25,8	267	20	332	19,1
Ejercicios y problemas rutinarios	136	7,1	117	8,8	162	9,4
Razonar	52	2,7	56	4,2	48	2,8

**Cuadro 8. Número y porcentaje de ejercicios en otros cuadernos de trabajo de cuarto grado clasificados por nivel cognoscitivo**

	<i>OTL4R1</i>		<i>OTL4R2</i>		<i>OTL4R3</i>	
	<i>N</i>	<i>%</i>	<i>N</i>	<i>%</i>	<i>N</i>	<i>%</i>
Conocer los conceptos básicos y los procedimientos	1 342	71,4	1 465	72,5	507	74,7
Usar los conceptos	417	22,1	394	19,5	63	9,3
Ejercicios y problemas rutinarios	114	6,1	95	4,7	8	1,2
Razonar	9	0,5	67	3,32	101	14,9

Los cuadros 7 y 8 muestran que no solo los cuadernos de trabajo del MED sino también los cuadernos de trabajo de otras editoriales contienen ejercicios de baja demanda cognoscitiva para los estudiantes. Básicamente los ejercicios en los cuadernos de trabajo requieren que los estudiantes recuerden definiciones o procedimientos o hagan cálculos simples.

El Cuadro 9 presenta el número y porcentaje de ejercicios resueltos por los estudiantes tanto en los cuadernos de clase como en los cuadernos de trabajo (incluyendo los cuadernos de trabajo que no son del MED), según NSE, grado, y nivel de demanda cognoscitiva. A diferencia de los cuadros anteriores, en el siguiente cuadro se presenta la demanda cognoscitiva separada por ejercicios y problemas (como se recordará, se llamó problemas a los

ejercicios con planteamientos verbales, y ejercicios a aquellos que solamente contienen números), porque sería de esperar que los problemas presenten mayor demanda cognoscitiva y exijan al estudiante razonar.

**Cuadro 9. Porcentaje de ejercicios y problemas resueltos por demanda cognoscitiva en los cuadernos y cuadernos de trabajo por grado y NSE del aula**

	<i>Tercer grado</i>			<i>Cuarto grado</i>		
	<i>Bajo</i>	<i>Medio</i>	<i>Alto</i>	<i>Bajo</i>	<i>Medio</i>	<i>Alto</i>
<b>Ejercicios</b>						
Conocer los conceptos básicos y los procedimientos	82	73	71	78	73	72
Usar los conceptos	12	18	17	18	21	21
Ejercicios y problemas rutinarios	1	2	3	1	1	1
Razonar	1	1	1	0	1	1
<b>Problemas</b>						
Usar los conceptos	1	1	1	0	0	0
Ejercicios y problemas rutinarios	4	6	7	3	4	4
Razonar	0	0	0	0	0	0
Total	100 (1 362)	100 (2 671)	100 (2 801)	100 (1 538)	100 (2 147)	100 (2 914)

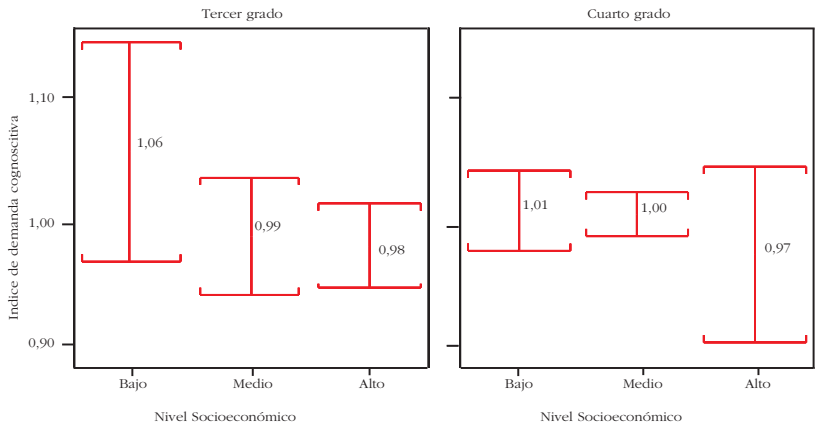
Se aprecia que los estudiantes de ambos grados se dedican principalmente a realizar ejercicios que no requieren de mayor razonamiento. Esto ocurre tanto en ejercicios como en problemas. En cuanto a los problemas, se puede apreciar que la mayor parte de ellos no exige del estudiante más que aplicar algún algoritmo directo como sumar, restar, multiplicar o dividir. Las diferencias entre los NSE no son marcadas.

Dado que, contra lo esperado, no se encontró una diferencia importante en términos de demanda cognoscitiva entre los ejercicios numéricos y los problemas, en los siguientes análisis no se mantiene esta distinción.

El Gráfico 4 presenta la variabilidad en demanda cognoscitiva al interior de los salones de clase. Este índice se obtuvo dividiendo el nivel promedio de

demanda cognoscitiva de los dos estudiantes con menor rendimiento de cada salón sobre los dos estudiantes con mayor rendimiento (sin importar el número de ejercicios resuelto), y promediando luego el resultado entre salones. Así, un índice de 1 implica que no hay diferencias, un índice por debajo de 1 indica que los estudiantes de bajo rendimiento resuelven ejercicios de menor demanda, y un índice mayor a 1 indica que los estudiantes de bajo rendimiento resuelven ejercicios de mayor demanda cognoscitiva.

**Gráfico 4. Índice de variabilidad en demanda cognoscitiva por grado y NSE del aula (+/- 1 desviación estándar)**



El Gráfico 4 muestra que no existe mayor variabilidad en cuanto al índice de la demanda cognoscitiva al interior de las aulas de clase para ninguno de los NSE en los dos grados.

**Ejercicios correctos**

En el Cuadro 10 se reporta el porcentaje de ejercicios bien resueltos encontrados en los cuadernos y cuadernos de trabajo de los estudiantes y también el número de ejercicios que resuelven correctamente por aspecto del currículo.

Estas cifras corresponden al conjunto de cuadernos y cuadernos de trabajo analizados por aula.

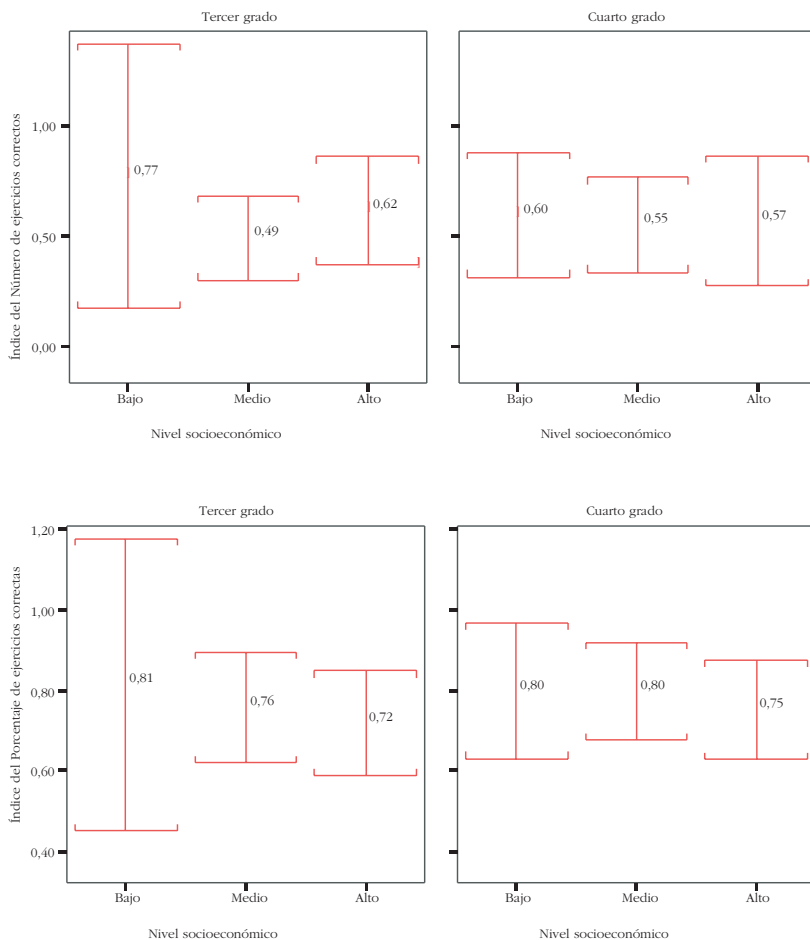
**Cuadro 10. Porcentaje y número de ejercicios correctos resueltos por los estudiantes de tercero y cuarto grados de primaria por NSE del aula**

	<i>Tercer grado</i>			<i>Cuarto grado</i>		
	<i>Bajo</i>	<i>Medio</i>	<i>Alto</i>	<i>Bajo</i>	<i>Medio</i>	<i>Alto</i>
Estadística %	31	79	75	66	81	88
N	3 de 10	35 de 44	46 de 62	23 de 35	44 de 54	51 de 58
Geometría %	68	73	78	82	82	85
N	35 de 52	98 de 135	131 de 169	80 de 98	105 de 129	135 de 159
Medición %	67	81	81	46	79	81
N	16 de 24	56 de 69	87 de 107	10 de 22	89 de 112	102 de 126
Numeración %	77	89	89	80	87	91
N	940 de 1 228	2 008 de 2 244	2 020 de 2 259	977 de 1 215	1 368 de 1 568	1 960 de 2 158
Fuera de la ECB %	75	88	83	75	82	90
N	36 de 47	157 de 179	169 de 204	126 de 169	235 de 285	373 de 414
Total %	76	88	88	79	86	90
N	1 030 de 1 362	2 354 de 2 671	2 453 de 2 801	1 215 de 1 538	1 841 de 2 148	2 621 de 2 914

El Cuadro 10 muestra que, al igual que con los ejercicios resueltos, son los estudiantes de los dos NSE más altos los que tienen un mayor porcentaje de ejercicios correctos comparados con los estudiantes de aulas de menor NSE. Este patrón se repite en ambos grados. Las diferencias entre el estrato medio y el alto (en porcentaje) no son tan marcadas como entre el medio y el bajo.

El Gráfico 5 presenta la variabilidad en el porcentaje de ejercicios correctos al interior de un salón de clases. En este caso se calcularon dos índices: el primer gráfico indica la división entre el “número” de respuestas correctas de los dos estudiantes con menor rendimiento divididos por el número de respuestas correctas de los dos con mayor rendimiento; el segundo gráfico presenta la división entre los “porcentajes” de respuestas correctas de los dos estudiantes de menor rendimiento de cada salón sobre los dos de mayor rendimiento.

**Gráfico5. Índice de variabilidad en número y porcentaje de ejercicios correctos por grado y NSE del aula**



El Gráfico 5 muestra que en todas las aulas los estudiantes de menor rendimiento tienen menos ejercicios resueltos correctamente. Este es un resultado esperable, que de alguna forma valida la selección de estudiantes que realizaron los docentes. Sin embargo, es interesante que las diferencias sean ligeramente menores, aunque más dispersas, en las aulas del NSE bajo en



tercer grado (donde el coeficiente está más cerca de 1). En los dos estratos más altos hay más diferencias entre estudiantes de menor y mayor rendimiento a favor de estos últimos.

**Cantidad y calidad de la retroalimentación**

En esta sección se analiza la retroalimentación dada por el docente de aula a las respuestas de los ejercicios de los estudiantes. En el Cuadro 11 se reporta el porcentaje de ejercicios que tenían alguna retroalimentación en los dos grados y tres NSE.

**Cuadro 11. Porcentaje de ejercicios (desviación estándar) que cuenta con retroalimentación por aspecto**

	<i>Tercer grado</i>			<i>Cuarto grado</i>		
	<i>Bajo</i>	<i>Medio</i>	<i>Alto</i>	<i>Bajo</i>	<i>Medio</i>	<i>Alto</i>
Estadística	0 (0)	17 (21)	32 (33)	0 (0)	37 (28)	42 (35)
Geometría	11 (26)	16 (16)	28 (27)	6 (7)	25 (22)	29 (33)
Medición	6 (13)	21 (17)	35 (24)	1 (2)	25 (28)	26 (29)
Numeración	24 (16)	40 (21)	48 (22)	14 (7)	43 (19)	47 (23)
Fuera de la ECB	22 (17)	43 (23)	39 (19)	14 (13)	37 (24)	49 (27)
Total	22 (16)	37 (19)	45 (20)	13 (7)	40 (19)	45 (23)

El cuadro muestra que existen diferencias entre los NSE en cuanto a la retroalimentación que reciben los estudiantes de sus profesores, tanto en tercero como en cuarto grado. Es más probable que los estudiantes de mayor NSE reciban retroalimentación por parte de sus docentes y es menos probable que esto ocurra en el NSE más bajo. Sin embargo, en promedio menos de la mitad de los ejercicios que resuelven los estudiantes recibe retroalimentación.

El Cuadro 12 presenta información más detallada. En este caso se diferencia la retroalimentación general (por ejemplo poner “bien” a un grupo de ejercicios), la retroalimentación específica (por ejemplo poner “bien” a un ejercicio en particular o indicar la respuesta correcta a un ejercicio con respuesta equivocada) y las observaciones (marcas del docente indicando que falta resolver ciertos ejercicios, que están incompletos, etcétera).

**Cuadro 12. Porcentaje de ejercicios (desviación estándar) con retroalimentación general, específica y observaciones por parte de los docentes por NSE del aula**

	<i>Tercer grado</i>			<i>Cuarto grado</i>		
	<i>Bajo</i>	<i>Medio</i>	<i>Alto</i>	<i>Bajo</i>	<i>Medio</i>	<i>Alto</i>
Retroalimentación específica	66 (23)	36 (25)	34 (25)	61 (32)	40 (20)	27 (27)
Retroalimentación general	32 (22)	63 (25)	65 (25)	37 (32)	59 (20)	71 (27)
Observaciones	3 (4)	1 (1)	1 (2)	2 (3)	2 (1)	1 (1)

Como se puede notar, las observaciones son poco frecuentes en cualquier NSE. La retroalimentación específica (es decir, para cada ejercicio) es más probable en el estrato más bajo, mientras que la retroalimentación general es más probable en los dos más altos. Este patrón se repite en ambos grados. Podría deberse a que las aulas de menor NSE son en general más pequeñas (el promedio es 26 estudiantes por aula), mientras que en los NSE medio y alto se cuenta con 36 y 38 estudiantes por aula. Así, los docentes de NSE bajo tendrían más tiempo para mirar ejercicio por ejercicio (aunque de acuerdo con el Cuadro 11 en promedio dan retroalimentación a menos ejercicios que sus pares en otros NSE).

El Cuadro 13 presenta, para ambos tipos de retroalimentación (general o específica), el porcentaje de ejercicios con buena retroalimentación (es decir, que decían “bien” o similar cuando el ejercicio estaba bien, y “mal” o similar cuando el ejercicio estaba equivocado).

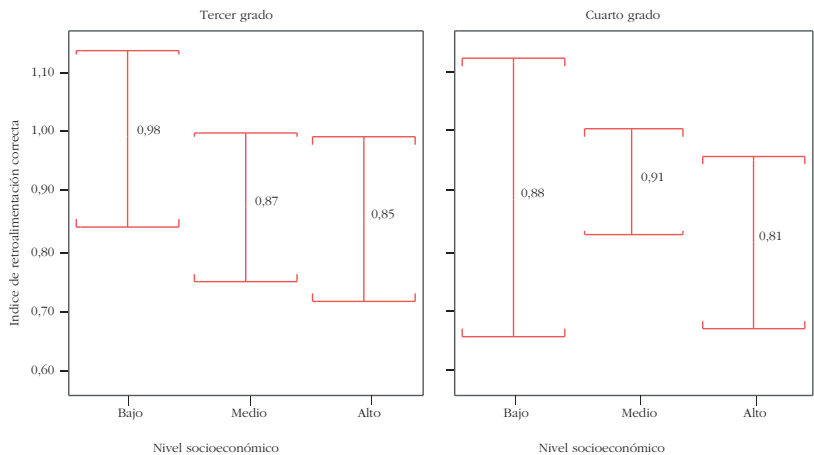
**Cuadro 13. Porcentaje de ejercicios (desviación estándar) con retroalimentación correcta por tipo de retroalimentación**

	Tercer grado			Cuarto grado		
	Bajo	Medio	Alto	Bajo	Medio	Alto
Retroalimentación específica correcta	64 (21)	32 (24)	32 (18)	55 (31)	35 (20)	25 (25)
Retroalimentación general correcta	23 (14)	53 (20)	54 (17)	28 (26)	47 (15)	57 (19)
Retroalimentación incorrecta	11 (6)	15 (10)	13 (5)	15 (10)	17 (10)	17 (6)

Nota: Los porcentajes no suman 100% debido a que un porcentaje de ejercicios solo contaba con observaciones por parte del docente que no pueden ser calificadas como “correcto” o “incorrecto”.

Se observa que entre el 11 y el 17% de la retroalimentación que dan los docentes a los ejercicios por aula es equivocada. No hay mayores diferencias en este punto entre los tres NSE.

**Gráfico 6. Índice de variabilidad para retroalimentación correcta por NSE del aula y grado**



El Gráfico 6 presenta la división entre el porcentaje de retroalimentación correcta, específica o general, para los dos estudiantes con más bajo rendimiento sobre los dos con mejor rendimiento.

Se puede apreciar que los estudiantes de mayor rendimiento son los que reciben mayor retroalimentación correcta por parte de los docentes (índice  $<1$ ). Asimismo, se observa que en el nivel bajo los estudiantes de mayor y menor rendimiento reciben prácticamente igual retroalimentación por parte del docente. En el caso de cuarto grado hay mayor similitud en la retroalimentación en aulas del estrato medio.

## 5.2. Oportunidades de aprendizaje y rendimiento

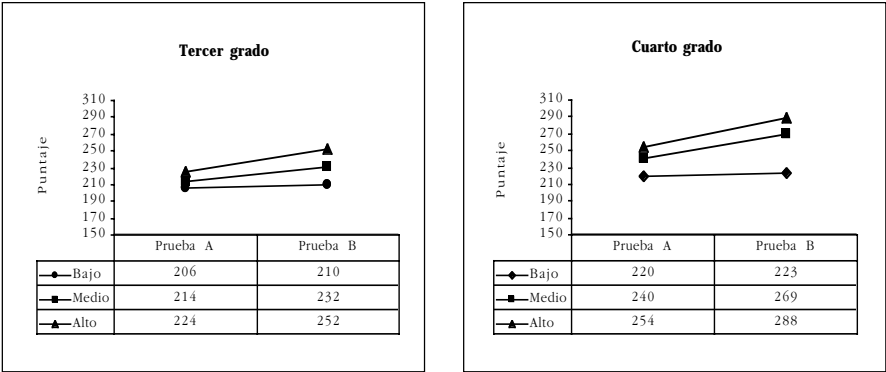
Como se mencionó en el diseño, los estudiantes pasaron por una prueba de matemática a inicios del año escolar y otra a fines. Las formas de esta evaluación debían ser paralelas, es decir, debían tener contenidos similares y similares niveles de dificultad. Para facilitar el análisis se colocaron las evaluaciones en una sola escala de rendimiento, de modo que se pudiera analizar el incremento de inicio a fin de año en los puntajes. Para ello se usó el modelo de Rasch<sup>9</sup>. Este modelo usa como parámetro para calcular los puntajes el nivel de dificultad de los ítemes, a fin de obtener la probabilidad de que un estudiante responda correctamente cada ítem (ya sea que en realidad lo haya tenido bien o no). Así, para el presente caso se fijó la media para cada prueba en 250 puntos y la desviación estándar en 50.

Los resultados en el Gráfico 7 muestran los puntajes a inicios y fin de año para cada uno de los niveles en los dos grados. Solo se presentan datos para estudiantes que completaron las dos evaluaciones. Cabe resaltar que se presenta el puntaje para los 30 ítemes que se administraron tanto en la prueba de inicio como de fin de año.

---

<sup>9</sup> Teoría de respuesta al ítem. Véase, por ejemplo, Baker, 2001.

**Gráfico 7. Puntajes Rasch en prueba de matemática a inicio (Prueba A) y fin de año (Prueba B) por NSE del aula**



Se aprecia que en cada uno de los NSE, los estudiantes han mostrado un incremento en los puntajes; sin embargo, en ambos grados los estudiantes de menor NSE son los que muestran menores puntajes y menores incrementos. La brecha entre los NSE parecería agrandarse con el paso del tiempo.

El Cuadro 14 muestra la correlación entre ambas pruebas y las variables de ODA. Entre las variables de oportunidades de aprendizaje, se ha incluido el nivel de cobertura (esto es, el número de ejercicios resuelto en promedio por capacidad del currículo), el nivel de demanda cognoscitiva, el porcentaje

**Cuadro 14. Correlación entre las variables dependientes y las variables de oportunidades de aprendizaje**

	Prueba A	Prueba B	Cobertura	Porcentaje de ejercicios correctos	Demanda cognoscitiva
Prueba B	0,75 ***				
Cobertura	0,26 *	0,40 ***			
Porcentaje de ejercicios correctos	0,15	0,23 *	0,32 ***		
Demanda cognoscitiva	0,11	0,33 **	0,33 **	0,24 *	
Retroalimentación adecuada	-0,06	-0,04	-0,14	0,45 ***	-0,03

\*\*\* p<0.001, \*\* p<0.01, \* p<0.05 + p<0.10

de retroalimentación correcta dada por el docente y el porcentaje de ejercicios correctos.

Como se puede notar, todas las correlaciones son positivas excepto las relacionadas con retroalimentación, que son en cuatro casos negativas y no significativas; la correlación entre retroalimentación adecuada y porcentaje de ejercicios correctos es positiva y significativa. La correlación más alta se dio entre las pruebas a inicio y fines de año. La prueba B (de fin de año) correlaciona positiva y significativamente con tres de las variables de ODA.

El siguiente modelo multivariado busca explorar si las variables de ODA están asociadas con el rendimiento de los estudiantes después de controlar por las demás características del estudiante y del aula de clase. El modelo usado para estimar si las variables de ODA están asociadas al rendimiento de los estudiantes es un modelo de crecimiento debido al carácter longitudinal de los datos. En este caso se cuenta con dos puntos en el tiempo y se busca estimar el valor agregado que la escuela le proporciona al estudiante (esto es, el incremento que se puede observar de inicio a fin de año descontando las características socioeconómicas de los estudiantes individualmente y agrupados en el salón de clase; de esta forma se espera estimar el impacto de las ODA en el valor agregado).

Así, el primer nivel de análisis consiste en todas las mediciones de rendimiento que se cuentan para cada estudiante.

Nivel 1: Nivel intra estudiante

$$Y_{ijk} = \beta_{ojk} + \beta_{1jk} (\text{Tiempo})_{ijk} + \epsilon_{ijk}$$

$Y_{ijk}$ : Es el pre y post test de cada estudiante.

$\epsilon_{ijk}$ : Es el error aleatorio.

Para ello se estiman dos ecuaciones, una para el pretest o puntaje inicial de los estudiantes y una segunda ecuación para el post-test de los estudiantes en matemática. Así, se considerarán dos coeficientes aleatorios  $\beta_{ojk}$  y  $\beta_{1jk}$ , donde  $\beta_{1jk}$  es el valor agregado de cada estudiante.

## Nivel 2: Nivel del estudiante y su familia

$$\begin{aligned}\beta_{ojk} &= \eta_{ook} + \eta_{10k}(W_{jk} - \hat{W}) + r_{ojk} \\ \beta_{1jk} &= \eta_{o1k} + \eta_{11k}(W_{jk} - \hat{W})\end{aligned}$$

A nivel 2 se modelan tanto el promedio del pretest como el valor agregado de cada estudiante que dependerá de una constante y de una matriz  $W$  de variables (entre ellas, edad del estudiante, sexo del estudiante, NSE, etcétera) que vienen a ser las variables de atributo o características del estudiante y sus familias. A este nivel se asume que solo el promedio del pretest varía aleatoriamente y que el valor agregado es fijo entre estudiantes.

## Nivel 3: Nivel de aula

$$\begin{aligned}\eta_{ook} &= \pi_{00k} + \pi_{10k}(\text{Grado}) + \pi_{20k}(Y_{jk} - \hat{Y}) + \mu_{00k} \\ \eta_{o1k} &= \pi_{01k} + \pi_{11k}(\text{Grado}) + \pi_{21k}(Y_{jk} - \hat{Y}) + \mu_{01k}\end{aligned}$$

A este nivel se controla por características de las aulas, como el grado de los estudiantes y si existen diferencias significativas en el valor agregado y el pretest. La matriz  $Y$  de variables comprende las características del aula de clase y sus docentes, entre ellas los años de experiencia del maestro. También se incluyen variables del contexto de los estudiantes como el valor promedio del aula en el NSE de los estudiantes y el promedio de edad. Por último, se controla por las variables de ODA, es decir: cobertura del currículo, porcentaje de ejercicios correctos, demanda cognoscitiva de los ejercicios y retroalimentación dada por el docente.

$$\begin{aligned}\mu_{00k} &: \text{Error aleatorio entre aulas del promedio del pretest} \\ \mu_{01k} &: \text{Error aleatorio entre aulas del promedio del valor agregado}\end{aligned}$$

Cabe señalar que a nivel 1 las variables no fueron centradas, a nivel 2 se centró las variables alrededor de la media de la escuela, y a nivel 3 se centró las variables alrededor de la media total.

Las variables usadas como dependientes en los diversos modelos de regresión fueron: el puntaje en matemática a inicio (Versión A) y a fin de año (Versión B).

Las variables usadas como explicativas fueron las siguientes:

- *Edad*: Edad del estudiante (en años cumplidos, reportada por el mismo estudiante en los meses de octubre y noviembre del 2002). Cabe señalar que la edad normativa para iniciar tercer grado es 8 años y para cuarto grado es 9 años.
- *Sexo*: 1 para hombres y 0 para mujeres.
- *Nivel socioeconómico*: Variable construida sobre la base de la encuesta realizada a los padres, que combina las siguientes variables: número de personas por habitación, número de activos con que cuenta el hogar, acceso a servicios básicos, número de hermanos del estudiante, educación de la madre. Con las variables mencionadas anteriormente se realizó un análisis factorial con rotación Varimax, del que resultó un factor principal en el cual se combinaron linealmente las variables; este factor explicaba el 46% de la varianza. Sobre la base de los pesos que resultaron del análisis se construyó la variable para cada individuo. Esta variable se agregó en el nivel del aula y se correlacionó con la variable de los NSE construida mediante el análisis de *cluster*. La correlación entre estas dos variables es de 0,87, lo cual muestra una asociación muy alta.
- *Educación inicial o preescolar*: 1 si asistió y 0 en el caso contrario. Esto fue reportado por el padre del estudiante o algún familiar.
- *Lengua que hablan habitualmente en casa*: 1 castellano y 0 quechua. Esto fue reportado por el padre o algún familiar.

Las variables explicativas usadas a nivel del aula fueron:

- *Años de experiencia del docente*: El total de años de experiencia ejerciendo la docencia, reportado por cada docente.
- *Edad promedio de los estudiantes del aula*: Promedio de la edad de los estudiantes en cada aula de clase.
- *Nivel socioeconómico*: Promedio por aula del puntaje factorial a nivel del estudiante.
- *Grado*: 1 si está en cuarto y 0 en tercer grado.



- *Cobertura del currículo*: Promedio de ejercicios resueltos por capacidad en el aula de clase correspondiente a las capacidades evaluadas en las pruebas de inicio y fin de año.
- *Demanda cognoscitiva*: Promedio de la demanda cognoscitiva de los ejercicios resueltos por los estudiantes en el aula de clase correspondiente a las capacidades evaluadas en las pruebas de inicio y fin de año. Se asignó un puntaje de 1 al nivel más bajo y de 4 al nivel más alto.
- *Porcentaje de ejercicios correctos*: Porcentaje de ejercicios correctos de los estudiantes en el aula de clase correspondiente a las capacidades evaluadas en las pruebas de inicio y fin de año.
- *Retroalimentación adecuada*: Porcentaje de los ejercicios que recibieron retroalimentación general o específica correcta por parte del docente correspondiente a las capacidades evaluadas en las pruebas de inicio y fin de año.
- *Oportunidades de aprendizaje*: Las variables de oportunidades de aprendizaje consideradas muestran una correlación positiva, por lo cual puede llevar a problemas de multicolinealidad en el análisis de regresión. Así, se realizó un análisis factorial con las cuatro variables de oportunidades de aprendizaje con una rotación Varimax. El factor principal resultante explica el 45% de la varianza; con los pesos resultantes para cada una de las variables se construyó la variable de oportunidades de aprendizaje que fue introducida al análisis.

El Cuadro 15 muestra la estadística descriptiva de las variables incluidas a cada nivel para el análisis multivariado.

**Cuadro 15. Estadísticas descriptivas de las variables incluidas en el modelo jerárquico**

	<i>N</i>	<i>Promedio</i>	<i>Desv. est.</i>	<i>Mínimo</i>	<i>Máximo</i>
<i>Variables dependientes</i>					
Prueba de matemática	5 256	237,46	45,87	72,36	446,99
<i>Variables – Nivel 1</i>					
Tipo de prueba (1=post-test)	5 256	0,50	0,50	0,00	1,00
<i>Variables – Nivel 2</i>					
Edad del estudiante (en años)	2 491	9	1	7	13
Edad al cuadrado del estudiante	2 491	79,7	19,1	49,0	169,0
Género del estudiante (1=hombres)	2 491	0,57	0,50	0,00	1,00
Expectativas del estudiante respecto de su nivel académico	2 491	4,3	1,2	1,0	5,0
Asistió a preescolar	2 491	0,82	0,39	0,00	1,00
Puntaje del NSE	2 491	0,0	1,0	-3,6	2,4
Lengua que hablan habitualmente en casa (1=castellano)	2 491	0,84	0,37	0,00	1,00
<i>Variables - Nivel 3</i>					
Años de experiencia de los docentes	83	13,8	5,5	3,0	32,0
Años de experiencia de los docentes (cuadrado)	83	219,6	166,3	9,0	1 024,0
Grado de estudios (1=4to)	83	0,45	0,50	0,00	1,00
Promedio de edad de los estudiantes del aula	83	8,9	0,7	7,9	10,7
Promedio del puntaje de NSE	83	-0,1	0,7	-1,9	1,5
Promedio de los ejercicios resueltos	83	2 364	952	448	4 860
Porcentaje de ejercicios correctos	83	72	9	38	87
Demanda cognoscitiva	83	1,4	0,1	1,1	1, 5
Retroalimentación adecuada	83	84	8	52	99
Puntaje de las variables de ODA (factorial)	83	0,0	1,0	-3,0	2,0

El Cuadro 16 muestra los resultados de los análisis de regresión incorporando una a una las variables de oportunidades de aprendizaje y considerando todos los ítemes de las pruebas.

Se observa que aun cuando se controla por el puntaje obtenido por el estudiante en la prueba de matemática a inicios de año, se tiene un efecto positivo de número de ejercicios correctos y demanda cognoscitiva, además del efecto positivo de la variable factorial de oportunidades de aprendizaje.

**Cuadro 16. Determinantes del *valor agregado* del rendimiento en lógico matemática**

<i>Variables</i>	<i>Modelo 1</i>	<i>Modelo 2</i>	<i>Modelo 3</i>	<i>Modelo 4</i>	<i>Modelo 5</i>	<i>Modelo 6</i>
<b>Modelo para el pre-test</b>						
<i>Variables del aula</i>						
Intercepto $\omega_{000}$	225,297 *** (2,544)	225,299 *** (1,853)	225,302 *** (1,853)	225,301 *** (1,853)	225,301 *** (1,855)	225,302 *** (1,853)
Grado de estudios (4to vs 3ro)		23,744 ** (7,726)	23,751 ** (7,719)	23,759 ** (7,719)	23,743 ** (7,733)	23,764 ** (7,717)
Promedio de edad de los estudiantes del aula		-2,240 (6,803)	-2,257 (6,797)	-2,260 (6,797)	-2,245 (6,800)	-2,265 (6,797)
Promedio del puntaje de nivel socioeconómico		15,019 ** (4,999)	15,010 ** (4,995)	15,005 ** (4,996)	15,022 ** (5,000)	15,003 ** (4,996)
<i>Variables del estudiante</i>						
Edad del estudiante		5,588 (7,865)	5,588 (7,865)	5,588 (7,865)	5,588 (7,865)	5,588 (7,865)
Edad al cuadrado del estudiante		-0,249 (0,411)	-0,249 (0,411)	-0,249 (0,411)	-0,249 (0,411)	-0,249 (0,411)
Género del estudiante (hombres)		0,061 (1,413)	0,061 (1,413)	0,061 (1,413)	0,061 (1,413)	0,061 (1,413)
Asistió a un pre escolar		3,108 + (1,748)	3,108 + (1,748)	3,108 + (1,748)	3,108 + (1,748)	3,108 + (1,748)
Puntaje del nivel socioeconómico		1,702 + (0,906)	1,702 + (0,906)	1,702 + (0,906)	1,702 + (0,906)	1,702 + (0,906)
Lengua que hablan habitualmente en casa (castellano)		2,355 (2,865)	2,355 (2,865)	2,355 (2,865)	2,355 (2,865)	2,355 (2,865)
<b>Modelo para el valor agregado</b>						
<i>Variables del aula</i>						
Valor agregado $\omega_{000}$	20,629 *** (2,280)	20,508 *** (1,803)	20,474 *** (1,770)	20,472 *** (1,808)	20,485 *** (1,794)	20,481 *** (1,789)
Grado de estudios (4to vs 3ro)		20,250 ** (6,293)	17,788 ** (6,312)	17,874 ** (6,195)	17,127 ** (6,460)	20,162 ** (6,444)
Promedio de edad de los estudiantes del aula		-13,697 * (5,564)	-10,779 + (5,900)	-12,209 * (5,863)	-11,316 + (6,380)	-12,752 * (5,662)
Promedio del puntaje de nivel socioeconómico		7,852 * (3,775)	9,347 * (3,904)	10,817 ** (3,797)	11,787 ** (4,063)	6,553 + (3,793)
Años de experiencia de los docentes		-1,384 + (0,732)	-1,285 + (0,745)	-1,127 (0,753)	-1,116 (0,765)	-1,395 + (0,719)
Años de experiencia de los docentes (cuadrado)		0,062 * (0,025)	0,060 * (0,025)	0,056 * (0,026)	0,055 * (0,026)	0,063 ** (0,024)
Ejercicios resueltos		0,004 * (0,002)				
Demanda cognoscitiva			43,876 * (18,534)			
Porcentaje de ejercicios correctos				0,123 (0,166)		
Retroalimentación adecuada					0,167 (0,184)	
Oportunidades de aprendizaje (puntaje factorial)						5,196 ** (1,759)
<i>Variables del estudiante</i>						
Edad del estudiante		-9,148 (11,167)	-9,148 (11,167)	-9,148 (11,167)	-9,148 (11,167)	-9,148 (11,167)
Edad al cuadrado del estudiante		0,362 (0,582)	0,362 (0,582)	0,362 (0,582)	0,362 (0,582)	0,362 (0,582)
Género del estudiante (hombres)		6,857 *** (1,677)	6,857 *** (1,677)	6,857 *** (1,677)	6,857 *** (1,677)	6,857 *** (1,677)
Asistió a un pre escolar		-0,615 (2,501)	-0,615 (2,501)	-0,615 (2,501)	-0,615 (2,501)	-0,615 (2,501)
Puntaje del nivel socioeconómico		3,163 ** (1,183)	3,163 ** (1,183)	3,163 ** (1,183)	3,163 ** (1,183)	3,163 ** (1,183)
Lengua que hablan habitualmente en casa (castellano)		-6,497 * (3,273)	-6,497 * (3,273)	-6,497 * (3,273)	-6,497 * (3,273)	-6,497 * (3,273)
<i>Resumen de ajuste</i>						
Varianza Nivel 1	850 ***	839 ***	839 ***	839 ***	839 ***	839 ***
Varianza Nivel 2 ( $\omega_{00}$ )	466 ***	461 ***	461 ***	461 ***	461 ***	461 ***
Varianza Nivel 3 ( $\omega_{000}$ )	490 ***	237 ***	237 ***	237 ***	237 ***	237 ***
Varianza Nivel 3 ( $\omega_{000}$ )	372 ***	201 ***	192 ***	200 ***	199 ***	196 ***
Deviance	49989	49807	49807	49810	49810	49805

\*\*\*  $p < 0.001$ , \*\*  $p < 0.01$ , \*  $p < 0.05$ , +  $p < 0.10$

El Cuadro 17 muestra un análisis de regresión similar al anterior, excepto que se han considerado las interacciones entre las variables de oportunidades de aprendizaje y el nivel socioeconómico. Este análisis corresponde con el último objetivo planteado para el presente estudio.

**Cuadro 17. Determinantes del *valor agregado* del rendimiento en lógico matemática (con las interacciones de las oportunidades de aprendizaje y nivel socioeconómico)**

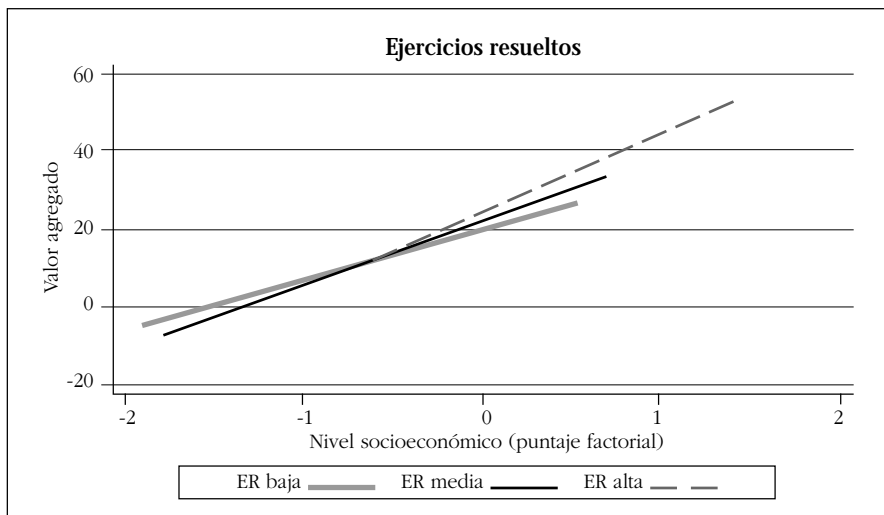
<i>Variables</i>	<i>Modelo 1</i>	<i>Modelo 2</i>	<i>Modelo 3</i>	<i>Modelo 4</i>	<i>Modelo 5</i>	<i>Modelo 6</i>
<b>Modelo para el pre-test</b>						
<i>Variables del aula</i>						
Intercepto $\omega_{000}$	225,2967 *** (2,544)	225,2996 *** (1,854)	225,3014 *** (1,854)	225,2958 *** (1,854)	225,3008 *** (1,855)	225,2996 *** (1,854)
Grado de estudios (4to vs 3ro)	23,7318 ** (7,734)	23,7507 ** (7,720)	23,7508 ** (7,737)	23,7058 ** (7,737)	23,7452 ** (7,737)	23,7613 ** (7,731)
Promedio de edad de los estudiantes del aula	-2,2385 (6,813)	-2,2561 (6,798)	-2,1963 (6,816)	-2,2470 (6,810)	-2,2470 (6,810)	-2,2475 (6,811)
Promedio del puntaje de nivel socioeconómico	0,6009 ** (0,200)	0,6005 ** (0,200)	0,6023 ** (0,200)	0,6007 ** (0,200)	0,6007 ** (0,200)	0,6008 ** (0,200)
<i>Variables del estudiante</i>						
Edad del estudiante	5,5876 (7,865)	5,5876 (7,865)	5,5876 (7,865)	5,5876 (7,865)	5,5876 (7,865)	5,5876 (7,865)
Edad al cuadrado del estudiante	-0,2491 (0,411)	-0,2491 (0,411)	-0,2491 (0,411)	-0,2491 (0,411)	-0,2491 (0,411)	-0,2491 (0,411)
Género del estudiante (hombres)	0,0609 (1,413)	0,0609 (1,413)	0,0609 (1,413)	0,0609 (1,413)	0,0609 (1,413)	0,0609 (1,413)
Asistió a un pre escolar	3,1081 + (1,748)	3,1081 + (1,748)	3,1081 + (1,748)	3,1081 + (1,748)	3,1081 + (1,748)	3,1081 + (1,748)
Puntaje del nivel socioeconómico	-1,7024 + (0,906)	-1,7024 + (0,906)	-1,7024 + (0,906)	-1,7024 + (0,906)	-1,7024 + (0,906)	-1,7024 + (0,906)
Lengua que hablan habitualmente en casa (castellano)	2,3552 (2,865)	2,3552 (2,865)	2,3552 (2,865)	2,3552 (2,865)	2,3552 (2,865)	2,3552 (2,865)
<b>Modelo para el valor agregado</b>						
<i>Variables del aula</i>						
Valor agregado $\omega_{000}$	20,6291 *** (2,280)	20,5611 *** (1,847)	20,4776 *** (1,776)	20,5368 *** (1,794)	20,4845 *** (1,776)	20,5546 *** (1,831)
Grado de estudios (4to vs 3ro)	22,8720 ** (6,797)	18,0437 * (7,357)	13,9456 * (6,811)	18,8180 ** (6,220)	23,9039 ** (6,220)	23,9039 ** (7,118)
Promedio de edad de los estudiantes del aula	-16,7035 * (6,482)	-10,9699 (6,695)	-9,0527 (6,126)	-12,7058 * (6,179)	-16,1983 * (6,179)	-16,1983 * (6,404)
Promedio del puntaje de nivel socioeconómico	-0,0195 (0,309)	0,2359 (1,670)	-0,8954 (0,708)	1,9901 + (1,075)	-0,3500 (0,941)	-0,3500 (0,941)
Años de experiencia de los docentes	-1,6220 * (0,723)	-1,2781 + (0,756)	-1,0588 (0,767)	-1,1393 (0,767)	-1,4960 * (0,698)	-1,4960 * (0,698)
Años de experiencia de los docentes (cuadrado)	0,0691 ** (0,025)	0,0598 * (0,025)	0,0564 * (0,026)	0,0546 * (0,027)	0,0657 ** (0,024)	0,0657 ** (0,024)
Ejercicios resueltos	-0,0096 (0,009)					
Demanda cognoscitiva			34,1454 (125,899)			
Porcentaje de ejercicios correctos				-1,7852 + (1,031)		
Retroalimentación adecuada					1,9995 (1,348)	
Oportunidades de aprendizaje (puntaje factorial)						-0,3287 (0,326)
Ejercicios resueltos x nivel socioeconómico	0,0001 + (0,00)					
Demanda cognoscitiva x nivel socioeconómico		0,1010 (1,21)				
Porcentaje de ejercicios correctos x nivel socioeconómico				0,0199 + (0,01)		
Retroalimentación adecuada x nivel socioeconómico					-0,0187 (0,013)	
Oportunidades de aprendizaje x nivel socioeconómico						0,0055 + (0,003)
<i>Variables del estudiante</i>						
Edad del estudiante	-9,1477 (11,167)	-9,1477 (11,167)	-9,1477 (11,167)	-9,1477 (11,167)	-9,1477 (11,167)	-9,1477 (11,167)
Edad al cuadrado del estudiante	0,3624 (0,582)	0,3624 (0,582)	0,3624 (0,582)	0,3624 (0,582)	0,3624 (0,582)	0,3624 (0,582)
Género del estudiante (hombres)	6,8573 *** (1,677)	6,8573 *** (1,677)	6,8573 *** (1,677)	6,8573 *** (1,677)	6,8573 *** (1,677)	6,8573 *** (1,677)
Asistió a un pre escolar	-0,6145 (2,501)	-0,6145 (2,501)	-0,6145 (2,501)	-0,6145 (2,501)	-0,6145 (2,501)	-0,6145 (2,501)
Puntaje del Nivel Socioeconómico	3,1630 ** (1,183)	3,1630 ** (1,183)	3,1630 ** (1,183)	3,1630 ** (1,183)	3,1630 ** (1,183)	3,1630 ** (1,183)
Lengua que hablan habitualmente en casa (Castellano)	-6,4969 * (3,273)	-6,4969 * (3,273)	-6,4969 * (3,273)	-6,4969 * (3,273)	-6,4969 * (3,273)	-6,4969 * (3,273)
Varianza Nivel 1						
Varianza Nivel 2 ( $\omega_{000}$ )	850 ***	839 ***	839 ***	839 ***	838 ***	839 ***
Varianza Nivel 3 ( $\omega_{000}$ )	466 ***	461 ***	461 ***	461 ***	461 ***	461 ***
Varianza Nivel 3 ( $\omega_{000}$ )	490 ***	237 ***	237 ***	237 ***	237 ***	237 ***
Varianza Nivel 3 ( $\omega_{000}$ )	372 ***	213 ***	193 ***	196 ***	194 ***	208 ***
Deviance	49989	49804	49807	49807	49808	49802

\*\*\* p&lt;0.001, \*\* p&lt;0.01, \* p&lt;0.05, + p&lt;0.10

En el análisis anterior se puede apreciar que las interacciones entre nivel socioeconómico y ejercicios resueltos, porcentaje de ejercicios correctos y variable ODA son estadísticamente significativas (en los tres casos al 10%). El signo positivo de la interacción indica que los estudiantes de mayor NSE son los que tienen mayor rendimiento a medida que aumentan las variables de ODA mencionadas. Los siguientes gráficos ilustran las interacciones entre las variables de ODA y el NSE sobre el rendimiento (se presentan los valores ajustados por las variables que aparecen en el Cuadro 17). La variable de rendimiento en este caso es el puntaje ajustado de valor agregado entre la prueba de inicio y la de fin de año (es decir, el puntaje ajustado de fin de año menos el puntaje de inicios de año). Se dividió las ODA en tres grupos con aproximadamente el mismo número de estudiantes en cada uno<sup>10</sup>.

La interacción entre ejercicios resueltos y el nivel socioeconómico fue significativa (Cuadro 17). El Gráfico 8 muestra que los estudiantes de NSE más

**Gráfico 8. Interacción de ejercicios resueltos (ER) y NSE**

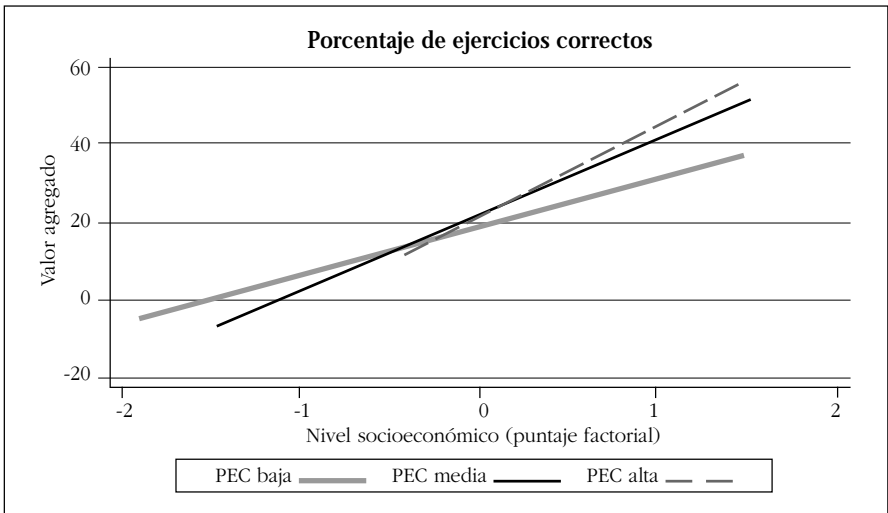


<sup>10</sup> Una forma de identificar visualmente las interacciones significativas es el hecho de que en las figuras las líneas se crucen de manera notable.

alto tienen valores agregados en rendimiento más altos que los de menores NSE cuando los ejercicios resueltos son mayores (línea punteada). Estas diferencias no son notables o incluso son inversas en los NSE más bajos. En otras palabras, son los estudiantes de mayor NSE los que más se benefician en el rendimiento al resolver más ejercicios; cuando el NSE es relativamente bajo, el peso de los ejercicios resueltos es menos relevante.

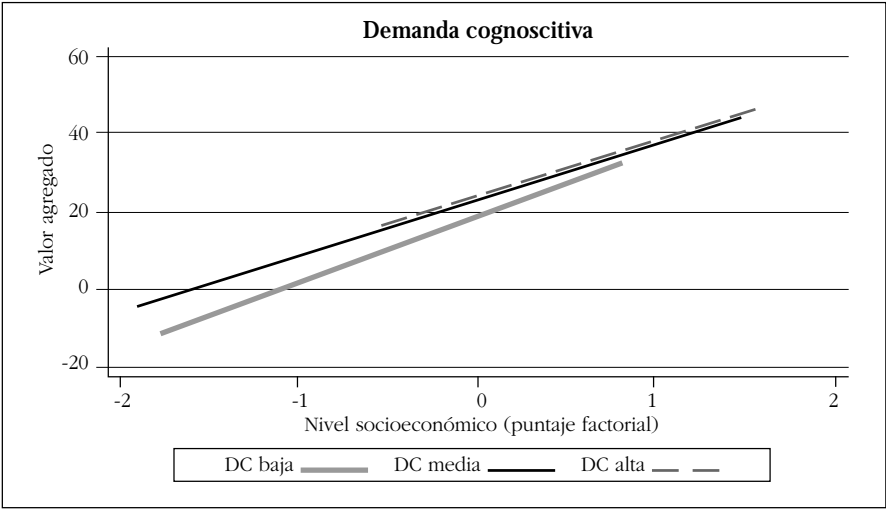
La interacción entre ejercicios correctos y nivel socioeconómico fue significativa en el Cuadro 17. En el Gráfico 9 se puede apreciar que en los niveles socioeconómicos más altos el beneficio se da para los que tuvieron niveles altos y medios de ejercicios correctos. En los niveles socioeconómicos más bajos, las ODA no tienen mayor relevancia (incluso hay un cierto mayor valor agregado para el grupo de ODA baja).

**Gráfico 9. Interacción de porcentaje de ejercicios correctos (PEC) y NSE**



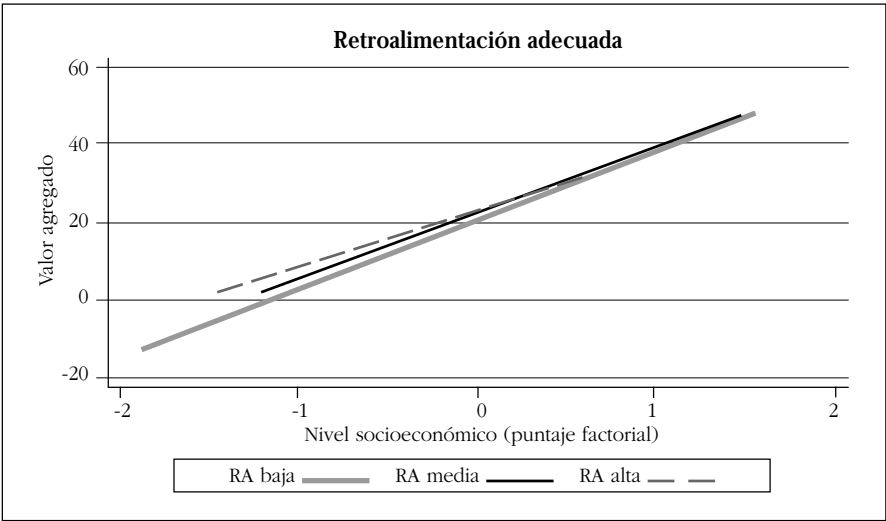
La interacción entre demanda cognoscitiva y NSE no fue significativa en el Cuadro 17. Por tanto, no sorprende que en el Gráfico 10 no se note mayor interacción entre el NSE y la demanda cognoscitiva. En otras palabras, la demanda cognoscitiva tendría un efecto uniforme y beneficioso en el rendimiento de cualquier grupo socioeconómico (tal vez incluso más notable en el NSE bajo, aunque no es estadísticamente diferente del que se observa en el NSE alto).

**Gráfico 10. Interacción de demanda cognoscitiva (DC) y NSE**



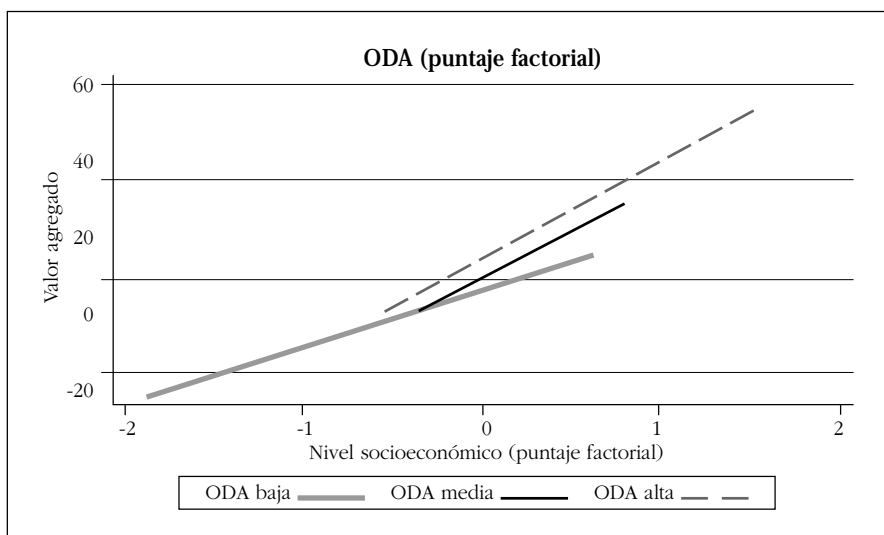
La retroalimentación no tuvo una interacción con el nivel socioeconómico en el Cuadro 17. El Gráfico 11 muestra este resultado.

**Gráfico 11. Interacción de retroalimentación adecuada (RA) y NSE**



En cuanto a la interacción entre la variable que resume los cuatro indicadores de ODA y el NSE se observa que existe una relación positiva y significativa (ver el Cuadro 17), de igual forma a la observada en los gráficos 8 y 9. Este dato es importante pues la variable ODA expresa la tendencia del conjunto de variables, y la conclusión apoya el resultado general de que a mayor NSE, mayor es el beneficio de las ODA altas en el aprendizaje escolar.

**Gráfico 12. Interacción de ODA (puntaje factorial) y NSE**



## 6. Discusión

La presente investigación estuvo orientada a analizar el impacto de las oportunidades de aprendizaje sobre el rendimiento, definido como valor agregado (diferencia de rendimiento entre inicios y fines del año escolar). El análisis se realizó para estudiantes de tercero y cuarto grados de primaria en 20 centros educativos públicos de Lima y Ayacucho. La muestra se dividió en tres NSE, de acuerdo con las características promedio de los estudiantes de cada aula. No se puede hablar en este caso de pobreza absoluta, sino de niveles relativa-



mente mayores o menores de esta. Los estudiantes más pobres se congregaron en aulas en zonas rurales de Ayacucho, como sería de esperar dadas las estadísticas nacionales sobre pobreza (por ejemplo, INEI 2000).

El análisis de diferencias en rendimiento entre inicio y fin de año muestra que para el grupo de NSE relativamente bajo casi no hay crecimiento, mientras que para los dos superiores hay un incremento notable (sobre todo en el NSE más alto). Esta es la primera constatación empírica en el Perú de que tengamos noticia de que las diferencias socioeconómicas en el rendimiento observadas a menudo en las evaluaciones del rendimiento no se mantienen constantes sino que se van profundizando de inicio a fines del año escolar. Esto sugiere que el sistema educativo público no estaría ayudando a disminuir las diferencias socioeconómicas de entrada entre los estudiantes, sino que las estaría incrementando. No pensamos que lo anterior sea resultado de un plan, sino lo contrario: hay una notable ausencia de programas para apoyar a los estudiantes que tienen mayores dificultades con el aprendizaje escolar<sup>11</sup>.

¿Qué podría ayudar a cambiar esta situación? Como se reseñó en la revisión de la literatura internacional, existe abundante evidencia acerca de la asociación positiva entre las oportunidades de aprendizaje y el rendimiento escolar. El presente estudio analizó cuatro variables de oportunidades de aprendizaje, a partir de la codificación de todos los ejercicios y problemas resueltos por los estudiantes en sus cuadernos y cuadernos de trabajo. Los resultados mostraron que:

a) *Cobertura del currículo*: la mayor cantidad de ejercicios que resuelven los estudiantes son de números y numeración. Este es un resultado que se observó también en sexto de primaria en otro estudio (Cueto *et al.*, 2003) y en las evaluaciones nacionales de 1998 y 2001<sup>12</sup>. Se puede considerar, por lo tanto, que este es un hallazgo bastante sólido de la incipiente literatura peruana sobre oportunidades de aprendizaje. Esto, hasta cierto punto, no debería sorprender, dado el número de capacidades en el currículo sobre este tema. Lo interesante

---

<sup>11</sup> La asociación entre NSE y rendimiento en el Perú ha quedado clara en muchos estudios; véase, por ejemplo, Cueto y Rodríguez, 2003.

<sup>12</sup> Véase Galindo, 2002, y Zambrano, 2002; ambos estudios se hicieron sobre la base de auto reportes de los docentes.

es que el énfasis en este tema deja poco espacio para aspectos relativamente novedosos como medición y estadística. En algunas escuelas, los estudiantes no llegan a resolver más que una docena este tipo de ejercicios, por lo que cabe la pregunta de cuánto llegan a aprender. El análisis mostró también claras diferencias entre aulas de diferentes NSE: los del nivel más bajo resuelven alrededor de mil ejercicios de matemática menos al año que sus pares del grupo medio, que a su vez resuelven menos ejercicios que los del grupo alto (aunque en este caso la diferencia no es tan marcada). Al interior de las aulas, los estudiantes identificados por los maestros como de más bajo rendimiento resuelven menos ejercicios que sus pares con mejor rendimiento en los mismos salones.

b) *Demanda cognoscitiva*: la mayor parte de los ejercicios resueltos por los estudiantes pertenecen a los niveles *conocer los conceptos y los procedimientos*, *usar los conceptos* y *solucionar problemas rutinarios*. Muy pocos problemas fueron clasificados en el nivel de *razonar*. Este resultado es también bastante sólido, en la medida en que confirma las conclusiones del estudio de Cueto *et al.* (2003), a pesar que en este estudio se usó otra taxonomía de demanda cognoscitiva. Sumando este resultado y el anterior, es posible imaginar los cuadernos de los estudiantes: muchas páginas dedicadas a resolver ejercicios de las cuatro operaciones básicas, es decir, a repetir procedimientos de manera más bien mecánica. A diferencia de las otras variables de ODA, en el caso de demanda cognoscitiva no existe mayor diferencia entre estudiantes de diferentes NSE. Por otro lado, los cuadernos de trabajo analizados también corresponden a los niveles más bajos de demanda cognoscitiva; así, se podría decir que los docentes tienen relativamente pocos modelos sobre la base de los cuales enseñar a los estudiantes a razonar matemáticamente. Al interior de los salones de clase, no hay mayor diferencia en el nivel cognoscitivo de los ejercicios que resuelven los estudiantes de alto y bajo rendimiento.

c) *Respuestas correctas*: se encontró que la mayoría de ejercicios resueltos por los estudiantes en sus cuadernos y cuadernos de trabajo tenía respuestas correctas, pero había diferencias entre aulas de diferentes niveles. Los errores eran más probables en las aulas de NSE bajo (es decir, en estas aulas se hacen menos ejercicios y están mal con mayor probabilidad).

d) *Retroalimentación del docente*: menos de la mitad de los ejercicios tiene alguna marca del docente, pero estas son más probables en aulas de

NSE medio y alto. Se analizó también si la retroalimentación era general (para un grupo de ejercicios) o específica (para un ejercicio en particular). En las aulas de NSE bajo la retroalimentación más probable es la específica, mientras que en los otros niveles es más probable que sea general. Esto se podría deber a que los salones de NSE más bajo tienen menos estudiantes y, por tanto, los docentes se toman el trabajo de mirar los ejercicios uno por uno. Finalmente, se encontró que entre 11% y 17% de la retroalimentación brindada por los docentes es equivocada (es decir, escribir “bien” para un ejercicio mal hecho o viceversa). No se encontraron mayores diferencias entre NSE al respecto. Al interior de los salones de clase se encontró que los estudiantes de alto rendimiento recibían retroalimentación con mayor probabilidad que los de bajo rendimiento.

Dado que se tenían datos de inicio y fin del año en los mismos temas, y que se tenía datos de las oportunidades de aprendizaje durante el año, se calculó la contribución de las ODA al incremento en los puntajes. Anteriores estudios en el Perú<sup>13</sup>, han mostrado que en estudios longitudinales, el crecimiento en rendimiento se explica, principalmente, por el puntaje en la prueba inicial. Es decir, los que aprenden más son los que más sabían originalmente. Aun controlando por este efecto, se encontró que la demanda cognoscitiva es una variable poderosa para explicar el incremento de rendimiento (es decir, mientras más ejercicios de niveles altos de demanda cognoscitiva se resuelvan durante el año, mayor será el incremento en los puntajes). Este resultado es muy similar al reportado en Cueto *et al.* (2003), que encontró la misma asociación. Ello, a pesar de que, como se vio antes, los niveles de demanda cognoscitiva son relativamente bajos en los ejercicios resueltos por los estudiantes. Adicionalmente, es interesante notar que en una muestra de estudiantes en EE.UU., Newmann *et al.* (2001) también encontraron que el nivel de demanda cognoscitiva de los ejercicios resueltos por los estudiantes estaba asociado con el rendimiento en pruebas estandarizadas. Así, si consideramos la literatura nacional e internacional sobre las ODA, de todas las variables analizadas aquí, parecería que el nivel de de-

---

<sup>13</sup> Por ejemplo, Cueto (2004).

manda cognoscitiva es la que tiene mayor poder explicativo sobre el rendimiento. La hipótesis, por tanto, para futuros estudios es que si se incrementaran los niveles de demanda cognoscitiva mejorarían aun más los puntajes de los estudiantes. Para ello, sin embargo, se requerirían seguramente políticas que involucrasen una revisión de los actuales textos escolares y de los programas de formación y capacitación de docentes.

En el análisis de todos los ítemes fue positivo el número de ejercicios resueltos por los estudiantes en la explicación del incremento (es decir, a más ejercicios mayor rendimiento). Este resultado no se halló en el análisis de Cueto *et al.* (2003), por tanto merecería ser replicado. Por un lado, es obvio que el dominio de cualquier habilidad requiere de práctica (es decir, resolver más ejercicios) pero, por otro, el tipo de ejercicios puede tener un peso decisivo (es decir, no debería importar tanto el número de ejercicios como su nivel de demanda cognoscitiva).

En el actual análisis no se encontró relación entre el porcentaje de ejercicios correctos y el incremento en el rendimiento. Este resultado es similar al reportado por Cueto *et al.* (2003), por lo que no parecería importante analizar esta variable en el futuro.

El presente análisis no encontró relación entre la retroalimentación correcta del docente y el incremento en el rendimiento. El estudio de Cueto *et al.* (2003) sí encontró una relación, por lo que será importante confirmar en nuevos estudios si existe tal relación o en qué contextos se encuentra (como se dijo antes, el diseño y muestra del presente estudio y el de Cueto *et al.*, 2003, son diferentes, aunque comparten varias características, como las variables de ODA).

Cuando se combinan las variables de ODA estadísticamente (en un puntaje factorial) invariablemente se encuentra una relación positiva con el incremento en el rendimiento. Este resultado también confirma el encontrado por Cueto *et al.* (2003).

En el presente estudio también se analizó la interacción entre las variables de oportunidades de aprendizaje y nivel socioeconómico. Los resultados muestran una interacción entre ejercicios resueltos, ejercicios correctos

y la variable global de ODA con NSE en la explicación del aprendizaje de matemática a lo largo del año. En otras palabras, si bien hay un efecto principal de las variables de ODA mencionadas antes sobre el aprendizaje, el efecto no es uniforme sino que se modifica de acuerdo con el NSE del estudiante (los más pobres se benefician menos de ODA más altas). Este es un resultado en principio desalentador pues reafirma lo que han mostrado muchos otros estudios: es muy difícil romper el ciclo de pobre rendimiento educativo (y de pobreza en general) con intervenciones puramente educativas. Sin embargo, pensamos que es un resultado que merece mayor análisis, ya que podría explicarse por la relativa baja variabilidad de las cuatro variables de ODA en los niveles socioeconómicos bajos (que como se recordará se circunscriben en el presente estudio básicamente a contextos rurales). Habría que complementar el presente resultado además con datos de observaciones directas de aula en diversos contextos. Las interacciones encontradas en el presente estudio entre ODA y NSE forman parte de lo más novedosos del estudio y merecerían ser replicadas.

En resumen, pensamos que el presente estudio y los anteriores en esta línea señalan la importancia de las oportunidades de aprendizaje como variables explicativas del rendimiento escolar. De ser cierto, habría que pensar en intervenciones que busquen incrementar las ODA, sobre todo en lo que se refiere a elevar los niveles de demanda cognoscitiva de los ejercicios que enseñan y aprenden los estudiantes. Este no sería una tarea fácil, ya que las aulas están básicamente orientadas a resolver problemas que requieren niveles básicos de cognición (como recordar definiciones y aplicar procedimientos de manera mecánica).

Lo más saltante del estudio, sin embargo, es posiblemente el hallazgo de que la escuela pública peruana no estaría ayudando a disminuir las diferencias de entrada entre grupos socioeconómicos, sino todo lo contrario. Esto convierte al sistema público peruano en un sistema esencialmente injusto. Por lo tanto, cualquier intervención para mejorar el rendimiento de los estudiantes no se debería hacer con el criterio de igualdad, sino de apoyo especial para los estudiantes que presentan mayores dificultades (que como se ha visto en el presente estudio, y en muchos otros, provienen, principalmente, de las zonas de mayor pobreza).

## Referencias bibliográficas

- Ames, P. (2001). *¿Libros para todos? Maestros y textos escolares en el Perú rural*. Lima: Instituto de Estudios Peruanos.
- Banco Mundial (1999). "Peru Education at a Crossroads. Challenges and opportunities for the 21st century (Vol I)". Informe No. 19066-PE. Washington DC: Banco Mundial.
- Benavides, M. (2002). "Para explicar las diferencias en el rendimiento en matemáticas de cuarto grado en el Perú urbano: Análisis de resultados a partir de un modelo básico". En J. Rodríguez & S. Vargas (Eds.), *Análisis de los resultados y metodología de las pruebas CRE-CER 1998*. Documento de Trabajo 13. MECEP-Ministerio de Educación, pp. 83-108.
- Cervini, R. (2001). "Efecto de la 'oportunidad de aprender' sobre el logro en matemáticas en la educación básica argentina", *Revista Electrónica de Investigación Educativa* 3(2). Consultada en <http://77redie.ens.uabc.mx/vol3no2/contenido-cervini.html>
- Cueto, S. (2004). *Factores predictivos del rendimiento escolar, deserción e ingreso a educación secundaria en una muestra de estudiantes de zonas rurales del Perú*. Education Analysis Archives, 12 (35). Disponible en <http://epac.asu.edu/epaa/v12n35/>.
- Cueto, S., C. Ramírez, J. L. y O. Pain (2003). "Oportunidades de aprendizaje y rendimiento en matemática en una muestra de estudiantes de sexto grado de primaria de Lima". Documento de Trabajo 43. Lima: GRADE.
- Cueto, S. J. Rodríguez (2003). "Estudios empíricos sobre determinantes del rendimiento escolar en el Perú", en CAB y CIDE (Editores). *La investigación sobre eficacia escolar en Iberoamérica* (pp. 419-450). Bogotá: Convenio Andrés Bello y Centro de Investigación y Documentación Educativa.
- Cueto, S. y W. Secada (2001). "Mathematics Learning and Achievement in Quechua, Aymara and Spanish by Boys and Girls in Bilingual and Spanish Schools in Puno, Peru". Reporte preliminar de investigación para el Banco Mundial.

- Galindo, C. (2002). "El currículo implementado como indicador del proceso educativo", en J. Rodríguez y S. Vargas (Eds.) *Análisis de los resultados y metodología de las pruebas CRECER 1998* (pp.13-38). Documento de Trabajo 13. Lima: MECEP–Ministerio de Educación.
- IEA (2003). *TIMSS Assessment Frameworks and Specifications 2003*. 2da edición, Boston: Internacional Study Center.
- Instituto Nacional de Estadística e Informática (2000). *Compendios Estadísticos Nacionales*. Lima: INEI.
- LLECE (1998). *Primer Informe del Primer Estudio Internacional Comparativo sobre Lenguaje, Matemática y Factores Asociados en Tercero y Cuarto Grado*. Santiago de Chile: UNESCO.
- Mc Donnell, L. (1995). "Opportunity to Learn as a research Concept and a Policy Instrument", *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 17 (3), pp. 305-322.
- Newmann, F., A. Bryk y J. Nagaoka (2001). *Authentic Intellectual Work and Standardized Tests: Conflict or coexistence? Improving Chicago's Schools*. Chicago, Illinois: Consortium on Chicago School Research.
- PISA (2003) *Literacy Skills for the World of Tomorrow. Further Results from PISA 2000*. Programme for International Student Assessment, OECD-UNESCO. Junio.
- Porter, A. (2002). "Measuring the content of instruction: Uses in Research and Practice". *Educational Researcher*, 31 (7), pp. 3-14.
- Porter, A. & J. L. Smithson (2001). *Defining, developing and using curriculum indicators. CPRE Research Report RR-048*. Philadelphia: Consortium for Policy Research in Education.
- Reimers, F. (2000). (Ed). *Unequal Schools, Unequal Chances. The Challenges to Equal Opportunities in the Americas*. Cambridge, EE.UU: The David Rockefeller Center Series on Latin American Studies, Harvard University.
- Secada, W., S. Cueto y F. Andrade (2003). "Opportunity to Learn Mathematics among Aymara, Quechua and Spanish Speaking Rural and Urban, Fourth

- and Fifth Graders in Puno, Peru”, en L. Burton (Ed.), *Which Way Social Justice in Mathematics Education?*. Westport, CT: Greenwood Publishing, pp. 103-132.
- UMC y GRADE (2001a). “Análisis de ítemes de las pruebas CRECER 1998. Resultados de lógico-matemática en cuarto grado de primaria”, *Boletín UMC 10*. Lima: Ministerio de Educación.
- UMC y GRADE (2001b). “Análisis de ítemes de las pruebas CRECER 1998. Resultados de lógico-matemática en sexto grado de primaria”, *Boletín UMC 13*. Lima: Ministerio de Educación.
- UMC y GRADE (2001c). “El Perú en el primer estudio internacional comparativo de la UNESCO sobre lenguaje, matemática y factores asociados en tercer y cuarto grado”, *Boletín UMC 9*. Lima: Ministerio de Educación.
- W., Doug y M. A. Somers (2001). *Schooling outcomes in Latin America*. New Brunswick: Canadian Research Institute for Social Policy at the University of New Brunswick y LLECE.
- Zambrano, G. (2002). “Las oportunidades de aprendizaje en lógico matemática: Un estudio para cuarto grado de primaria”, en [www.minedu.gob.pe/mediciondelacalidad/2003/pdfs\\_nac/inf04\\_oda\\_logico\\_mate\\_4to\\_prim.pdf](http://www.minedu.gob.pe/mediciondelacalidad/2003/pdfs_nac/inf04_oda_logico_mate_4to_prim.pdf)



## Anexo 1. Ejemplos de ejercicios extraídos de cuadernos de trabajo y cuadernos de los estudiantes por nivel cognoscitivo

### Nivel 1: Conocer los conceptos y los procedimientos

#### Ejemplo 1:

En este ejercicio se demanda al estudiante evocar la definición del cuadrilátero y sus características. De esta manera podrá asignar a cada figura un nombre según el tipo de cuadrilátero.

*Escribo el nombre de los cuadriláteros siguientes:*

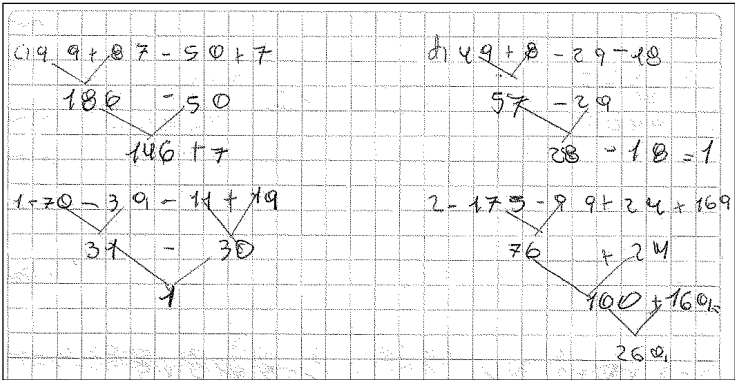


Material:	Cuaderno de Trabajo (OTL4R1)
Grado:	Cuarto
Aspecto:	Geometría
Subnivel de demanda cognoscitiva:	Evocar (1.1)

#### Ejemplo 2:

La demanda cognoscitiva que requiere el estudiante para resolver las operaciones combinadas presentadas es conocer y aplicar procedimientos algorítmicos de la suma y la resta y obtener un resultado, así como las reglas específicas de ejercicios donde se presentan consecutivamente.

Material:	Cuaderno
Departamento:	Lima
Grado:	Tercero



Aspecto: Numeración  
Subnivel de demanda cognoscitiva: Computar (1.3)

Nivel II: Usar los conceptos

Ejemplo 1:

Este ejercicio demanda al estudiante que clasifique cuerpos geométricos en dos grupos (poliedros y no poliedros) de acuerdo con características comunes.

Reconoce objetos que estén a nuestro alrededor y que tengan formas parecidas a las de estos cuerpos geométricos.

¿CÓMO PODRÍAMOS clasificarlos?

Clasifica estos objetos que tienen formas parecidas a las de estos cuerpos geométricos.

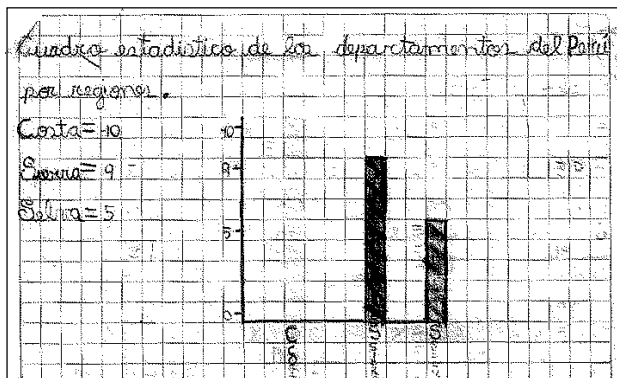
¿CÓMO LE VA A LOS OBJETOS?

Poliedros	No poliedros
$c, f, n, e, d, i$	$a, b, g, h, i, k, j, m$

Material:	Cuaderno de trabajo (Aprendemos Matemática-MED)
Grado:	Cuarto
Aspecto:	Geometría
Subnivel de demanda cognoscitiva:	Clasificar (2.2)

### Ejemplo 2:

La demanda cognoscitiva es *mostrar* información matemática en un diagrama estadístico, en este caso, en un gráfico de barras indicando la cantidad de departamentos que hay en cada región: costa, sierra y selva.



Material:	Cuaderno
Departamento:	Lima
Grado:	Tercero
Aspecto:	Estadística
Subnivel de demanda cognoscitiva:	Representar (2.3)

### Nivel III: Solucionar problemas rutinarios

#### Ejemplo 1:

En este ejercicio se le demanda al estudiante generar un *modelo*, es decir, una ecuación o expresión numérica de suma y resta apropiada para cada afirma-

ción. Esto permitirá plantear una pregunta problemática y luego aplicar procedimientos algorítmicos para solucionarla.

Escribe la expresión numérica que corresponde a cada situación, formula una pregunta y resuelve los problemas.

<p>• Tenía huevos y se me rompieron 8. Ahora me quedan 4.</p> $x - 8 = 4$	<p>• Mi papá me regaló 5 nuevos soles y ahora tengo 28 nuevos soles.</p> $x + 5 = 28$
---	---

Material:	Cuaderno de trabajo (Aprendemos Matemática-MED)
Grado:	Cuarto
Aspecto:	Numeración
Subnivel de demanda cognoscitiva:	Modelar (3.2)

### Ejemplo 2:

La demanda cognoscitiva de este ejercicio es tener la habilidad de *seleccionar* el dato faltante y solucionar el problema matemático rutinario presentado. El estudiante tiene que conocer y aplicar los procedimientos algorítmicos para poder detectar que hace falta un dato para resolver los problemas presentados.

Identifico que datos le faltan a cada problema.

Héctor compra 320 huevos y  
 Datos que falta: Falta la pregunta

2- Santiago come 4 docenas de pan con pollo y le sobraron 8 docenas.  
 ¿Cuántos panes con pollo le quedan?  
 Datos que falta: Falta saber cuántos panes comió Santiago.

Material:	Cuaderno
Departamento:	Lima
Grado:	Tercero
Aspecto:	Numeración
Subnivel de demanda cognoscitiva:	Seleccionar (3.1)

## Nivel IV: Razonar

### Ejemplo 1:

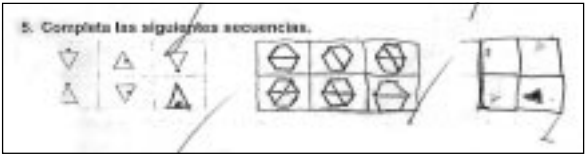
En el siguiente ejercicio se le demanda al alumno el desarrollo de argumentos matemáticos convincentes para *justificar* o probar el enunciado que se emita a partir de información relevante, siendo en este caso el puntaje mínimo que el alumno considere en el juego.



Material:	Cuaderno de Trabajo (Aprendemos Matemática-MED)
Grado:	Tercero
Aspecto:	Numeración
Subnivel de demanda cognoscitiva:	Justificar/Probar (4.8)

### Ejemplo 2:

El siguiente ejercicio demanda al estudiante hallar primero el patrón de la sucesión y luego *generalizarlo*, es decir, aplicarlo a todo el ejercicio para poder encontrar la figura que sigue.



Material:	Cuaderno
Departamento:	Lima
Grado:	Cuarto
Aspecto:	Geometría
Subnivel de demanda cognoscitiva:	Generalizar (4.4)